Programiranje I: 3. izpit

7. julij 2012

Čas reševanja je 120 minut. Doseženih 100 točk šteje za maksimalno oceno. Veliko uspeha!

1. naloga (30 točk)

Pravimo, da je število *povečini sodo*, kadar vsaki lihi števki sledi soda. Tako so števila 4, 14, 214, 4214 ali 34214 povečini soda, števila 3, 13, 21, 314 ali 246538 pa ne.

a) (20 točk) Sestavite funkcijo `naloga1a(n)`, ki vrne `True`, če je število `n` povečini sodo, in `False`, če ni.

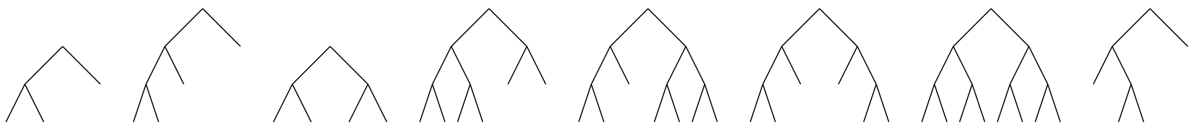
b) (10 točk) Sestavite generator `naloga1b(n)`, ki vrača vsa povečini soda števila, katerih desetiški zapis je strnjeno podzaporedje desetiškega zapisa števila `n`. Na primer, v številu 42387165 so na tak način vsebovana povečini soda števila 2, 4, 6, 8, 16, 38, 42, 238 in 4238. Vrstni red, v katerem generator vrača števila, ni pomemben.

2. naloga (25 točk)

Neuravnoteženost dvojiškega drevesa d s sinovoma d_ℓ in d_r je največje od naslednjih števil:

- neuravnoteženosti drevesa d_ℓ,
- neuravnoteženosti drevesa d_r in
- absolutne razlike med višino drevesa d_ℓ in višino drevesa d_r.

Neuravnoteženost praznega drevesa je enaka 0. Nekaj primerov dreves in pripadajočih neuravnoteženosti:



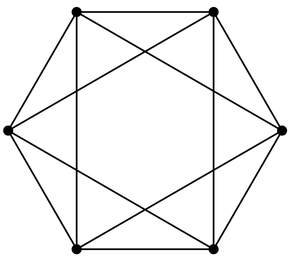
1 2 0 1 1 1 0 2

Razred `Drevo` razširite z metodo `naloga2(self)`, ki vrne neuravnoteženost podanega dvojiškega drevesa. Metoda naj deluje v času $O(n)$, kjer je n število vozlišč v drevesu.

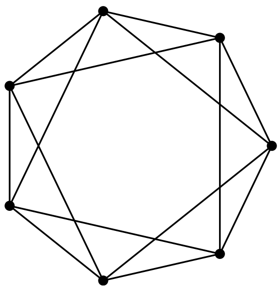
3. naloga (30 točk)

Pri tej nalogi boste v *Mathematici* risali grafe z vozlišči $v_1, \ldots, v_n$, enakomerno razporejenimi po krogu. *Razmik* med vozliščema v_i in v_j definiramo kot $|i - j| \bmod n$.

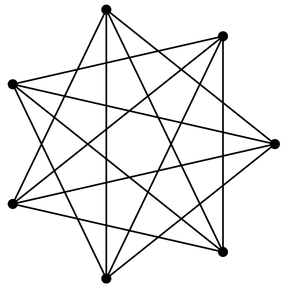
a) (20 točk) V *Mathematici* sestavite funkcijo `naloga3a[n_, sez_]`, ki nariše graf na `n` vozliščih, pri čemer sta dve vozlišči povezani takrat, kadar je njun razmik v seznamu `sez`.



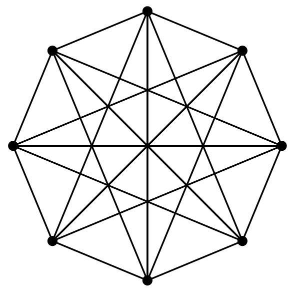
`naloga3a[6,{1,2}]`



`naloga3a[7,{1,2}]`

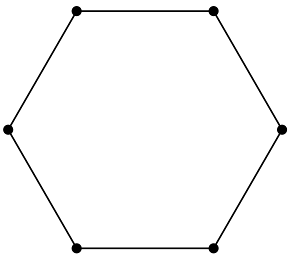


`naloga3a[7,{3,5}]`

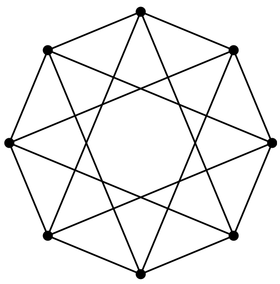


`naloga3a[8,{1,3,4}]`

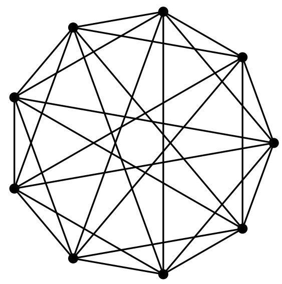
b) (10 točk) V *Mathematici* sestavite funkcijo `naloga3b[n_]`, ki nariše graf na `n` vozliščih, pri čemer sta dve vozlišči povezani takrat, kadar je njun razmik tuj številu `n`.



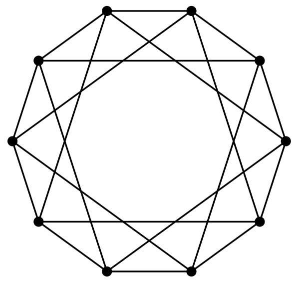
`naloga3b[6]`



`naloga3b[8]`



`naloga3b[9]`



`naloga3b[10]`

4. naloga (25 točk)

Podane naj bodo končne množice $A_1, A_2, \ldots, A_n \subseteq \mathbb{N}$. Na kartezičnem produktu $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ uvedemo leksikografsko ureditev n-teric. Na primer, na produktu $\{1,5,9\} \times \{2,4\} \times \{1,4\}$ veljajo naslednje neenakosti:

$$(1,2,1) < (1,2,4) < (1,4,1) < (1,4,4) < (5,2,1) < (5,2,4) <$$
$$(5,4,1) < (5,4,4) < (9,2,1) < (9,2,4) < (9,4,1) < (9,4,4)$$

Sestavite funkcijo `naloga4(sez, k)`, ki za seznam množic `sez` $= [A_1, \ldots, A_n]$ vrne `k`-to n-terico glede na leksikografsko ureditev. Funkcija naj deluje v času $O(nm \log m)$, kjer je m velikost največje množice. Če je `k` manjši ali enak 0 oziroma večji od velikosti kartezičnega produkta, naj funkcija vrne `None`.

```
>>> naloga4([{1, 5, 9}, {2, 4}, {1, 4}], 1)
(1, 2, 1)
>>> naloga4([{1, 5, 9}, {2, 4}, {1, 4}], 7)
(5, 4, 1)
>>> naloga4([{1, 5, 9}, {2, 4}, {1, 4}], 12)
(9, 4, 4)
```