

Izpit iz Proseminarja A
14. 9. 2011

- (1) Reši sistem enačb:

$$\begin{aligned}x^{\log_3 y} + 2y^{\log_3 x} &= 27, \\ \log_3 y - \log_3 x &= 1.\end{aligned}$$

- (2) Reši enačbo

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x.$$

Nasvet: Najprej faktoriziraj izraza $\sin x + \sin 3x$ in $\cos x + \cos 3x$.

- (3) Dokaži, da je funkcija

$$f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{x-7}$$

injektivna in izračunaj njeno inverzno funkcijo.

- (4) Naj bosta z_1 in z_2 kompleksni števili, ki zadoščata

$$|z_1| = |z_2| = 1.$$

Dokaži, da je

$$\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$$

realno število.

- (5) Naj bo

$$x^3 - 2x^2 - x + 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3).$$

Izračunaj vrednost izraza

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}.$$

- (6) Reši neenačbo

$$\left| \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \right| \geq 1.$$

Vse naloge so enakovredne.