

Druga neobvezna domača naloga za Proseminar A

- (1) Reši enačbo

$$\sin x - 5 \cos x = 1.$$

Nasvet: Pomagaj si z novo spremenljivko  $t = \operatorname{tg}(x/2)$ .

- (2) Dokaži, da velja

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y - \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy} = \begin{cases} 0, & xy < 1, \\ \pi, & xy > 1, x > 0, y > 0, \\ -\pi, & xy > 1, x < 0, y < 0. \end{cases}$$

- (3) Dokaži, da je

$$\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{8}.$$

Nasvet: antifaktoriziraj  $\sin 10^\circ \sin 50^\circ$  in  $\cos 40^\circ \sin 70^\circ$ .

- (4) Točki  $A$  in  $B$  sta na nasprotni, točki  $C$  in  $D$  pa na isti strani kot opazovalec. Opazovalec izberi razdaljo med  $C$  in  $D$  ter naslednje kote: kot  $\alpha$  pod katerim iz točke  $C$  vidi daljico  $AB$ , kot  $\beta$  pod katerim iz točke  $C$  vidi daljico  $DB$ , kot  $\gamma$  pod katerim iz točke  $D$  vidi daljico  $AB$  ter kot  $\delta$  pod katerim iz točke  $D$  vidi daljico  $AC$ . Kako opazovalec izračuna dožino daljice  $AB$ ?
- (5) Dokaži, da za vsako naravno število  $n$  velja

$$x^{2n} + 1 = \prod_{k=0}^{n-1} \left( x^2 - 2x \cos \frac{(2k+1)\pi}{2n} + 1 \right).$$

Nasvet: Najprej poišči vse kompleksne rešitve enačbe  $x^{2n} = -1$ .

Vse naloge so enakovredne.