

Tretja neobvezna domača naloga za Proseminar A

- (1) Dokaži, da za vsak realen x velja

$$x^{12} + 1 \geq x^7 + x^5.$$

- (2) Naj bo polinom $d(x)$ največji skupni delitelj polinomov $p(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$ in $q(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$. S pomočjo Evklidovega algoritma izračunaj $d(x)$ ter poišči taka polinoma $u(x)$ in $v(x)$, da je $p(x)u(x) + q(x)v(x) = d(x)$.

- (3) Poišči vse rešitve enačbe

$$x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0.$$

- (4) Razstavi na parcialne ulomke

$$\frac{x}{(x-1)(x^3-1)}.$$

- (5) Za funkcijo

$$f(x) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$$

določi definicijsko območje, ničle, pole ter območji pozitivnosti in negativnosti. Nato nariši njen graf.

Vse naloge so enakovredne.