SPLOŠNA TOPOLOGIJA: 1. TEST
21. 11. 2008

Teoretična naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).
Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Množica A je odprta, če ima vsaj eno notranjo točko.
- ☐ Preslikava f je zvezna natanko tedaj, ko slika zaprte množice v zaprte množice.
- ☐ Množica S je gosta v topološkem prostoru X, če velja $\bar{S} = X$.
- ☐ Baza topologije je vedno pokritje danega topološkega prostora.
- ☐ Vsak 1-števen prostor je avtomatično 2-števen.
- ☐ Množica A je zaprta natanko tedaj, ko A nima nobene notranje točke.
- ☐ Naj bo $a \in A$. Če a ni notranja točka za A, potem je robna za A.
- ☐ Baza topologije je vedno sestavljena iz paroma disjunktnih množic.
- ☐ Če topološki prostor zadošča aksiomu T_3, zadošča tudi aksiomu T_2.
- ☐ Vsak 2-števen prostor je avtomatično separabilen.

1. problem (5 točk)

Podana sta podprostora ravnine $\mathbb{R}^2$:

$$X = \{(x, y) \mid y^2 > 0\} \cup \{(0, 0)\},$$
$$Y = \{(x, y) \mid y^2 > x^2\} \cup \{(0, 0)\}.$$

Dokaži, da sta X in Y homeomorfna.

2. problem (5 točk)

Podana je družina podmnožic premice $\mathbb{R}$:

$$\mathcal{B} = \{[n, n+1] \mid n \in \mathbb{Z}\} \cup \{\{n\} \mid n \in \mathbb{Z}\}.$$

a. Dokaži, da je $\mathcal{B}$ baza neke topologije na $\mathbb{R}$. Imenujmo jo τ.
b. Določi notranjost in zaprtje množice $(-1, 2)$ glede na τ.
c. Obravnavaj konvergenco zaporedja $x_n = \frac{n+1}{2n}$.
d. Obravnavaj 1-števnost, 2-števnost in separabilnost topologije τ.
e. Ali je prostor $(\mathbb{R}, \tau)$ Hausdorffov?

Rešitve oziroma odgovore utemelji.