SPLOŠNA TOPOLOGIJA: 1. TEST
6. 11. 2009

Teoretična naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).
Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Množica A je zaprta, če nima nobene notranje točke.
- ☐ Naj bo f zvezna preslikava. Potem je f odprta natanko tedaj, ko je zaprta.
- ☐ Če je S gosta množica v X in je $S \subset T$, je T tudi gosta množica v X.
- ☐ Družina vseh nepraznih odprtih množic v topološkem prostoru zadošča aksiomom baze.
- ☐ Vsak metrični prostor je separabilen.
- ☐ Množica A je odprta natanko tedaj, ko je njena meja prazna množica.
- ☐ Naj bo $a \in A$. Če a ni mejna točka za A, potem je notranja za A.
- ☐ Metrični prostor vedno zadošča aksiomoma T_1 in T_2, ne pa nujno tudi T_3 in T_4.
- ☐ Če topološki prostor zadošča aksiomu T_2, zadošča tudi aksiomu T_1.
- ☐ Vsak metrični prostor je 1-števen.

1. problemska naloga (5 točk)

Podana sta podprostora ravnine $\mathbb{R}^2$:

$$X = \{(x, y) \mid x^2 < 1 \text{ in } y^2 \leqslant 1\},$$
$$Y = \{(x, y) \mid x^2 < 1 \text{ in } x^2 + y^2 \leqslant 1\}.$$

Dokaži, da sta X in Y homeomorfna.

2. problemska naloga (5 točk)

Podana sta intervala $A = [0, \infty)$ in $B = (-\infty, 0)$. Za realni števili x in y definiramo:

$$d(x, y) = \begin{cases} |x - y|, & \{x, y\} \subset A \text{ ali } \{x, y\} \subset B, \\ |x - y| + 1, & \text{sicer.} \end{cases}$$

a. Dokaži, da je d metrika na $\mathbb{R}$.
b. Dokaži, da je metrika d finejša od standardne metrike na $\mathbb{R}$.
c. Obravnavaj separabilnost prostora $(\mathbb{R}, d)$.
d. Ali je preslikava $f\colon (\mathbb{R}, d) \to (\mathbb{R}, d)$, $f(x) = |x|$, zvezna, odprta, zaprta?

Rešitve oziroma odgovore utemelji.