# SPLOŠNA TOPOLOGIJA: 1. TEST
## 26. 11. 2010

### Teoretična naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).
Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Naj bo $\tau_1$ šibkejša topologija od topologije $\tau_2$ na množici $X$. Potem je vsako konvergentno zaporedje v $(X, \tau_2)$ konvergentno tudi v $(X, \tau_1)$.
- ☐ Če je $f\colon X \to Y$ zvezna preslikava, so vse njene zožitve $f|_A\colon A \to Y$ zvezne.
- ☐ Če je $f\colon X \to Y$ zvezna bijekcija med metričnima prostoroma, je homeomorfizem.
- ☐ Če je metrični prostor homeomorfen omejenemu metričnemu prostoru, je omejen.
- ☐ Vsak podprostor 1-števnega prostora je tudi sam 1-števen prostor.
- ☐ Podmnožica topološkega prostora je gosta, če nima nobene notranje točke.
- ☐ Če množica $A$ ni odprta, je vsaka točka $a \in A$ robna za $A$.
- ☐ Zaprtje množice $A$ je največja zaprta množica, ki vsebuje množico $A$.
- ☐ Če je bijektivna preslikava $f\colon X \to Y$ odprta, je njen inverz $f^{-1}\colon Y \to X$ zvezen.
- ☐ Baza prostora $X$ vedno vsebuje množico $X$.

### 1. problemska naloga (5 točk)

Podana sta podprostora ravnine $\mathbb{R}^2$:

$$X = \{(x, y) \mid |x| \leqslant 1 \text{ in } y^2 > 0\} \cup \{(-1, 0), (1, 0)\},$$
$$Y = \{(x, y) \mid |x| \leqslant 1 \text{ in } x^2 + y^2 > 1\} \cup \{(-1, 0), (1, 0)\}.$$

Dokaži, da sta $X$ in $Y$ homeomorfna.

### 2. problemska naloga (5 točk)

Podana je družina podmnožic množice $\mathbb{R}$:

$$\mathcal{B} = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R},\ a < b\} \cup \{[n, d) \mid n \in \mathbb{Z},\ d \in \mathbb{R},\ n < d\}.$$

**a**. Dokaži, da je $\mathcal{B}$ baza neke topologije na $\mathbb{R}$.
**b**. Obravnavaj konvergenco zaporedja $x_n = \frac{n-1}{n}$ v prirejenem topološkem prostoru $\mathbb{R}_{\mathcal{B}}$.
**c**. Naj bo $\mathbb{R}$ evklidska premica. Ali je preslikava $f\colon \mathbb{R}_{\mathcal{B}} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lfloor x \rfloor$ (celi del števila $x$), zvezna, odprta, zaprta?

Rešitve oziroma odgovore utemelji.