

SPLOŠNA TOPOLOGIJA: 2. TEST
18. 12. 2009

TEORETIČNA NALOGA (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadrateg čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).

Če ne veš, pusti kvadrateg prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- Če je preslikava sestavljena iz usklajenih zveznih predpisov, definiranih na lokalno končnem odprtem pokritju, je zvezna.
- Vsako disjunktno odprto pokritje je avtomatično tudi zaprto pokritje.
- Naj bo \mathbb{R} evklidska premica. Vsaka zaprta preslikava $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je omejena.
- Bijekcija je odprta natanko tedaj, ko so slike članic dane podbaze odprte.
- Če je prostor povezan, je tudi lokalno povezan.
- Če je prostor s potmi povezan, je vedno povezan.
- Zaprtje nepovezane množice je nepovezana množica.
- Povezani podprostor evklidske premice so intervali.
- Presek dveh s potmi povezanih množic je s potmi povezana množica.
- Prostor je kompakten, če zanj obstaja končno odprto pokritje.

1. PROBLEMSKA NALOGA (5 točk)

Podana je družina \mathcal{B} podmnožic premice \mathbb{R} :

$$\mathcal{B} = \{[a, b] \mid a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}, a < b\}.$$

- [1] a. Dokaži, da je \mathcal{B} baza neke topologije na \mathbb{R} . Označimo jo τ .
- [1] b. Ugotovi, katerima od separacijskih aksiomov T_1 , T_2 zadošča (\mathbb{R}, τ) .
- [1] c. Ugotovi, katerim od lastnosti 1-števnost, 2-števnost, separabilnost, zadošča (\mathbb{R}, τ) .
- [2] d. Za zaporedji $x_n = \sqrt{2} - \frac{1}{n}$ in $y_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ugotovi, ali sta konvergentni v (\mathbb{R}, τ) . Ugotovitve utemelji.

2. PROBLEMSKA NALOGA (5 točk)

Naj bo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ omejena funkcija (ne nujno zvezna). Definirajmo podmnožici A in B ravnine \mathbb{R}^2 :

$$A = \{(x, y) \mid y < f(x)\},$$

$$B = \{(x, y) \mid y > f(x)\}.$$

- [2] a. Dokaži, da sta množici A in B povezani.
- b. Naj bo Γ_f graf funkcije f .
- [2] Dokaži, da je prostor $\mathbb{R}^2 \setminus \Gamma_f$ nepovezan, če je f zvezna.
- [1] c. Dokaži, da je prostor $\mathbb{R}^2 \setminus \Gamma_f$ povezan, če je f nezvezna.