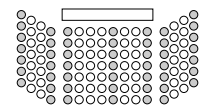


Drugi test iz splošne topologije

7. januar 2012

Čas pisanja je 75 minut. Možno je doseči 15 točk. Vse odgovore je potrebno dobro utemeljiti. Veliko uspeha!



Sedež (2.05)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
Σ	

Ime in priimek _____

1. naloga (5 točk)

Teoretična naloga: Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadrateg čitljivo označi, če je trditev pravilna **P** oziroma napačna **N**. Če ne veš, pusti kvadrateg prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- Če topološki prostor zadošča aksiomoma T_1 in T_0 , potem zadošča tudi aksiomu T_2 .
- V normalnem prostoru ima lahko vsako zaporedje največ eno limito.
- Vsak 1-števen prostor je tudi 2-števen.
- Če je topološki prostor X možno predstaviti kot unijo separabilnih podprostorov, potem je X separabilen.
- Vsak števen prostor je separabilen.
- Za poljubna prostora X, Y velja: če je X nepovezan, je tudi $X \times Y$ nepovezan.
- Podprostor s potmi povezanega prostora je s potmi povezan.
- Unija povezanih podprostorov topološkega prostora je povezan prostor.
- Podmnožica A topološkega prostora X je relativno kompaktna natanko tedaj, ko je njeno zaprtje v X kompaktno.
- Unija dveh kompaktnih podprostorov topološkega prostora je kompakten prostor.

2. naloga (5 točk)

Na množici iracionalnih števil $X = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ je podana topologija

$$\tau = \{U \subset X \mid U^c \text{ je omejena v evklidski metriki}\} \cup \{\emptyset\}.$$

Preverjanje, da je τ res topologija, ni potrebno.

- (i) Obravnavaj separacijske lastnosti, separabilnost ter 1-števnost prostora (X, τ) .
- (ii) Kateremu topološkemu prostoru je homeomorfen podprostor $\{n + \sqrt{2} \mid n \in \mathbb{Z}\} \subset (X, \tau)$?
- (iii) Kateremu topološkemu prostoru je homeomorfen podprostor? $((-1, 1) \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})) \subset (X, \tau)$?

3. naloga (5 točk)

Naj bo $a \in \mathbb{R}$. Podan je podprostor X v evklidski ravnini \mathbb{R}^2 :

$$X = [0, 1] \times \{a\} \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(x, \frac{x}{n} \right) \mid x \in [0, 1] \right\}.$$

V odvisnosti od parametra a obravnavaj povezanost, povezanost s potmi, lokalno povezanost ter lokalno povezanost s potmi prostora X .