

VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2009/2010
11. SKLOP

1. NALOGA

Naj bo X kompakten metrični prostor in $f: X \rightarrow X$ izometrija. Pokaži, da je f homeomorfizem. Poišči primer izometrije na nekompaktnem metričnem prostoru, ki ni homeomorfizem.

2. NALOGA

Definirajmo prostor

$$l_1 := \left\{ (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots) \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} \mid \sum_{n=1}^{\infty} |\xi_n| < \infty \right\}.$$

- a. S predpisom $\|\xi\| := \sum_{n=1}^{\infty} |\xi_n|$ je podana norma na l_1 .
(Oziroma: s predpisom $d(\xi, \eta) := \sum_{n=1}^{\infty} |\xi_n - \eta_n|$ metrika.)
- b. Prostor l_1 je 2-števen (dovolj je pokazati separabilnost).
- c. Naj bo $r \in (0, \infty)$. Zaprta kroglā $\bar{K}(0, r)$ ni kompaktna v l_1

3. NALOGA

Metrični prostor X je kompakten natanko tedaj, ko je vsaka zvezna funkcija $X \rightarrow \mathbb{R}$ omejena.