

VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2012/2013,
3. SKLOP

1. NALOGA

V topologiji končnih komplementov na množici naravnih števil \mathbb{N} obravnavaj:

- konvergenčne lastnosti zaporedja $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$,
- konvergenčne lastnosti zaporedja $1, 2, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 5, 2, \dots$,
- zveznost, odprtost in zaprtost preslikave $f(n) = n^2$,
- zveznost, odprtost in zaprtost preslikave $g(n) = (n \bmod 7) + 1$.

2. NALOGA

Naj bo $c: \mathcal{P}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$ podana s predpisom

$$c(A) = \begin{cases} A, & A \text{ je števna,} \\ \mathbb{R}, & A \text{ ni števna.} \end{cases}$$

- a. Pokaži, da je c operator zaprtja na množici \mathbb{R} .
- b. Naj bo $A_1 = \mathbb{Z}$ in $A_2 = [0, 1]$. Za $i = 1, 2$ določi $\text{Int } A_i$ in \bar{A}_i .
- c. Obravnavaj konvergenco zaporedja $(\frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$.

3. NALOGA

Naj bo $f: X \rightarrow Y$ preslikava med topološkima prostoroma.

Pokaži, da je f zvezna natanko tedaj, ko za vsako množico $A \subset X$ velja $f(\text{Cl } A) \subset \text{Cl } f(A)$.

4. NALOGA

Naj bosta τ_1 in τ_2 topologiji na množici X .

Pokaži, da so naslednje trditve ekvivalentne:

- a. Topologija τ_1 je močnejša od topologije τ_2 .
- b. Preslikava $id: (X, \tau_1) \rightarrow (X, \tau_2)$ je zvezna.
- c. Če je preslikava $f: (X, \tau_2) \rightarrow Y$ zvezna, je tudi preslikava $f: (X, \tau_1) \rightarrow Y$ zvezna.
- d. Če je preslikava $f: Y \rightarrow (X, \tau_1)$ zvezna, je tudi preslikava $f: Y \rightarrow (X, \tau_2)$ zvezna.