

**VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2010/2011,
5. SKLOP**

1. NALOGA

Razišči separacijske lastnosti Sorgenfreyeve premice.

2. NALOGA

Na množici realnih števil \mathbb{R} vpeljemo topologijo z bazo $\mathcal{B} = \{(-a, a) \mid a > 0\}$.

- a. Razišči separacijske lastnosti.
- b. Razišči separabilnost, 1-števnost in 2-števnost.

3. NALOGA

Razišči separacijske lastnosti topologije končnih komplementov na množici naravnih števil \mathbb{N} .

4. NALOGA

Naj bo X poljuben topološki prostor in naj bo Y Hausdorffov prostor. Dalje naj bosta $f, g: X \rightarrow Y$ zvezni preslikavi. Pokaži, da je incidenčna množica $\{x \in X \mid f(x) = g(x)\}$ zaprta.

5. NALOGA

Označimo množico $X = \mathbb{R} \times \{0, 1\}$ in definirajmo družini $\mathcal{P}, \mathcal{B} \subset 2^X$:

$$\mathcal{P} = \{(-\infty, b) \times \{0, 1\} \mid b \in \mathbb{R}\} \cup \{(a, \infty) \times \{0, 1\} \mid a \in \mathbb{R}\}, \quad \mathcal{B} = \{(a, b) \times \{0, 1\} \mid a < b\}.$$

- a. Pokaži, da je \mathcal{P} podbaza neke topologije na X in da je \mathcal{B} baza neke topologije na X .
Pripadajoči topologiji označimo, po vrsti, $\tau_{\mathcal{P}}$ in $\tau_{\mathcal{B}}$.
- b. Pokaži, da sta topologiji $\tau_{\mathcal{P}}$ in $\tau_{\mathcal{B}}$ na X enaki.
- c. Razišči separacijske lastnosti prostora X .
- d. Ali je prostor X homeomorfen produktu dveh netrivialnih prostorov?