

**VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2012/2013,  
5. SKLOP**

1. NALOGA

Naj bo  $\mathbb{R}$  evklidska premica,  $\mathbb{R}_S$  pa naj bo Sorgenfreyeva premica.

- a. Ali je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , zvezna, odprta, zaprta?
- b. Ali je  $f: \mathbb{R}_S \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , zvezna, odprta, zaprta?
- c. Ali je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_S$ ,  $f(x) = x^2$ , zvezna, odprta, zaprta?

2. NALOGA

Na množici  $\mathbb{R}^2$  vpeljemo topologijo  $\tau$  z bazo  $\mathcal{B} = \{[a, b) \times [c, d) \mid a < b, c < d\}$ . Katerima prostoroma sta homeomorfna prostora  $L = \{(x, -x) \mid x \in \mathbb{R}\} \subset (\mathbb{R}^2, \tau)$  in  $D = \{(x, x) \mid x \in \mathbb{R}\} \subset (\mathbb{R}^2, \tau)$ , ki sta opremljena s topologijo podprostora?

3. NALOGA

Označimo množico  $X = \mathbb{R} \times \{0, 1\}$  in definirajmo družini  $\mathcal{P}, \mathcal{B} \subset 2^X$ :

$$\mathcal{P} = \{(-\infty, b) \times \{0, 1\} \mid b \in \mathbb{R}\} \cup \{(a, \infty) \times \{0, 1\} \mid a \in \mathbb{R}\}, \quad \mathcal{B} = \{(a, b) \times \{0, 1\} \mid a < b\}.$$

- a. Pokaži, da je  $\mathcal{P}$  podbaza neke topologije na  $X$  in da je  $\mathcal{B}$  baza neke topologije na  $X$ . Pripadajoči topologiji označimo, po vrsti,  $\tau_{\mathcal{P}}$  in  $\tau_{\mathcal{B}}$ .
- b. Pokaži, da sta topologiji  $\tau_{\mathcal{P}}$  in  $\tau_{\mathcal{B}}$  na  $X$  enaki.
- c. Razišči separabilnost, 1-števnost in 2-števnost.
- d. Razišči separacijske lastnosti prostora  $X$ .