VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2009/2010
6. SKLOP

1. naloga

Označimo množico $X = \mathbb{R} \times \{0,1\}$ in definirajmo družini $\mathcal{P}, \mathcal{B} \subset 2^X$:

$$\mathcal{P} = \{(-\infty, b) \times \{0,1\} \mid b \in \mathbb{R}\} \cup \{(a,\infty) \times \{0,1\} \mid a \in \mathbb{R}\}, \quad \mathcal{B} = \{(a,b) \times \{0,1\} \mid a < b\}.$$

a. Pokaži, da je $\mathcal{P}$ podbaza neke topologije na X in da je $\mathcal{B}$ baza neke topologije na X. Pripadajoči topologiji označimo, po vrsti, $\tau_{\mathcal{P}}$ in $\tau_{\mathcal{B}}$.
b. Pokaži, da sta topologiji $\tau_{\mathcal{P}}$ in $\tau_{\mathcal{B}}$ na X enaki.
c. Razišči separacijske lastnosti prostora X.
d. Ali je prostor X homeomorfen produktu dveh netrivialnih prostorov?

2. naloga

Pokaži, da je

$$\mathcal{P} = \{[0,b) \mid b \in (0,1)\} \cup \{(a,1] \mid a \in (0,1)\}.$$

podbaza neke topologije na intervalu $[0,1]$.
Nato pokaži, da se topologija, ki jo inducira podbaza $\mathcal{P}$, ujema z evklidsko topologijo.

3. naloga

Naj bo τ_s Sorgenfreyeva topologija na množici realnih števil $\mathbb{R}$.
Katerima prostoroma sta homeomorfna prostora $L = \{(x,-x) \mid x \in \mathbb{R}\} \subset (\mathbb{R}, \tau_s)^2$ in $D = \{(x,x) \mid x \in \mathbb{R}\} \subset (\mathbb{R}, \tau_s)^2$, ki sta opremljena s topologijo podprostora?