

**VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2010/2011,  
7. SKLOP**

1. NALOGA

Ali je kateri od prostorov

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{Q} \text{ ali } y \in \mathbb{Q}\}$$

$$Y = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{Q} \text{ in } y \in \mathbb{Q}\}$$

$$Z = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \notin \mathbb{Q} \text{ in } y \notin \mathbb{Q}\}$$

povezan ali povezan s potmi?

2. NALOGA

- a. Naj bo  $U$  odprta množica v evklidskem prostoru  $\mathbb{R}^n$ . Pokazi, da je  $U$  povezana natanko tedaj, ko je povezana s potmi.
- b. Naj bo  $A$  povezana podmnožica realne premice  $\mathbb{R}$  (z evklidsko topologijo). Pokaži, da je  $A$  interval (morda degeneriran).

3. NALOGA

Naj bo  $\mathbb{R}$  prostor realnih števil s topologijo konnih komplementov in naj bo  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$ . Pokazi, da je množica  $A$  povezana natanko tedaj, ko je neskonna ali pa ima en sam element.

4. NALOGA

Naj bo  $X$  metrični prostor in naj bo  $A \subset X$ . Pokazi, da je množica  $A$  nepovezana natanko tedaj, ko obstajata disjunktni odprti množici  $U$  in  $V$  v  $X$ , da je  $U \cap A \neq \emptyset$ ,  $V \cap A \neq \emptyset$  in  $A \subset U \cup V$ .

5. NALOGA

Naj bo  $X = \mathbb{N} - \{1\}$  in za vsak  $n \in X$  naj bo  $B_n = \{k \in X \mid k \text{ deli } n\}$ .

- a. Pokazi, da je  $\mathcal{B} = \{B_n \mid n \in X\}$  baza neke topologije na  $X$ .
- b. Ali je  $X$  s topologijo, ki jo inducira  $\mathcal{B}$ , povezan prostor?

6. NALOGA

Podana sta podprostora  $Y$  in  $X$  ravnine  $\mathbb{R}^2$ :

$$Y = \{(0, 0)\} \cup \left( \bigcup_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[1 + \frac{1}{k}\right] \times \left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right] \cup \left[-1 - \frac{1}{k}, 1 + \frac{1}{k}\right] \times \left\{\frac{1}{k}\right\} \right. \right. \\ \left. \left. \cup \left\{-1 - \frac{1}{k}\right\} \times \left[-\frac{1}{k+1}, \frac{1}{k}\right] \cup \left[-1 - \frac{1}{k}, 1 + \frac{1}{k+1}\right] \times \left\{-\frac{1}{k+1}\right\} \right) \right), \\ X = Y \cup \left( \bigcup_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{k} \right\} \times \left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right] \right).$$

Za prostora  $Y$  in  $X$ :

- a. Nariši skici.
- b. Obravnavaj povezanost, lokalno povezanost in lokalno povezanost s potmi.