VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2010/2011, 8. SKLOP

1. NALOGA

Podan je podprostor X evklidske ravnine $\mathbb{R}^2$:

$$X = (\tfrac{1}{2}, 1] \times \{0\} \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(x, \tfrac{x}{n}\right) \mid x \in [0,1] \right\}.$$

a. Ali je prostor X povezan?
b. Ali je prostor X lokalno povezan?

2. NALOGA

Naj bo $\underline{a} = \{a_n\}$ strogo naraščajoče zaporedje realnih števil. Definirajmo prostor

$$X_{\underline{a}} = \left(\cup_{n=1}^{\infty} \{a_n\} \times [0,1)\right) \cup [0, \infty).$$

a. Poišči potreben in zadosten pogoj na zaporedje $\underline{a}$, da je prostor $X_{\underline{a}}$ povezan.
b. Poišči potreben in zadosten pogoj na zaporedje $\underline{a}$, da je prostor $X_{\underline{a}}$ lokalno povezan.

3. NALOGA

Naj ima prostor X topologijo končnih komplementov.
Pokaži, da je X kompakten.

4. NALOGA

Pokaži, da odprti interval $(0,1)$ ni kompakten prostor.

5. NALOGA

Naj bo topologija τ na množici $\mathbb{R}$ podana z bazo $\mathcal{B} = \{(-x, x) \mid x \in (0, \infty)\}$.

a. Pokaži, da je interval $(0,1]$ kompakten v topologiji, ki jo inducira τ.
b. Pokaži, da $(\mathbb{R}, \tau)$ ni kompakten prostor.