VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2009/2010
9. SKLOP

1. naloga

Naj ima prostor X topologijo končnih komplementov.
Pokaži, da je X kompakten.

2. naloga

Pokaži, da odprti interval $(0, 1)$ ni kompakten prostor.

3. naloga

Naj bo topologija τ na množici $\mathbb{R}$ podana z bazo $\mathcal{B} = \{(-x, x) \mid x \in (0, \infty)\}$.

a. Pokaži, da je interval $(0, 1]$ kompakten v topologiji, ki jo inducira τ.
b. Pokaži, da $(\mathbb{R}, \tau)$ ni kompakten prostor.

4. naloga

Naj topološki prostor X zadošča lastnosti T_1 in naj $\infty \notin X$.
Na množici $\hat{X} = X \cup \{\infty\}$ definiramo topologijo τ takole:
Množica $U \subset \hat{X}$ je „odprta“, če:

- $\infty \notin U$ in U je odprta v X ali
- $\infty \in U$ in U^C je končna.

a. Pokaži, da je τ topologija na $\hat{X}$.
b. Pokaži, da je prostor $\hat{X}$ kompakten.
c. Naj bo X povezan. Pokaži, da je $\hat{X}$ nepovezan natanko tedaj, ko ima X natanko eno točko.

5. naloga

Naj bo X kompakten T_3 prostor in naj bo U odprta podmnožica v X.
Pokaži, da je U lokalno kompakten prostor (U opremimo z inducirano topologijo).