

**VAJE IZ SPLOŠNE TOPOLOGIJE V ŠTUDIJSKEM LETU 2010/2011,  
9. SKLOP**

**1. NALOGA**

Za število  $a \in (0, \infty)$  definiramo podprostor  $X_a$  ravnine  $\mathbb{R}^2$  z naslednjim predpisom:

$$X_a = (\{0\} \times [0, a]) \cup ([0, 1] \times \{0\}) \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} (\{\frac{1}{n}\} \times [0, 1]).$$

Ugotovi, za katera števila  $a$  je prostor  $X_a$  lokalno kompakten in za katera ni.

**2. NALOGA**

Dokaži, da prostor racionalnih števil  $\mathbb{Q}$  ni lokalno kompakten pri nobeni točki.

**3. NALOGA**

Naj bo  $(X, d)$  kompakten metrični prostor in naj bo  $f: X \rightarrow X$  zvezna preslikava brez negibnih točk. Tedaj obstaja tako realno število  $c > 0$ , da je  $d(x, f(x)) \geq c$ , za vse  $x \in X$ .

**4. NALOGA**

Naj bo  $X$  kompakten metrični prostor in  $f: X \rightarrow X$  izometrija. Pokaži, da je  $f$  homeomorfizem. Poišči primer izometrije na nekompaktnem metričnem prostoru, ki ni homeomorfizem.