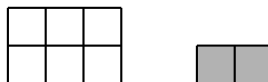


Izpit iz verjetnosti in statistike

Matematika – bolonjski univerzitetni študij in pedagoška matematika
20. avgust 2012

1. Na tablo iz 6 kvadratkov druga za drugo slučajno in neodvisno padejo tri palice iz dveh kvadratkov (glej sliko). Vsaka lahko pade na sedem enako verjetnih načinov, tako da zasede dva kvadratka. Palico, ki zasede že zasedena mesta, zavržemo in ne upoštevamo morebitnega dodatnega mesta, ki bi ga zasedla.
 - a) Zapišite porazdelitev števila sprejetih (t. j. nezavrženih) palic.
 - b) Recimo, da sta bili sprejeti natanko dve palici. Kolikšna je pogojna verjetnost, da sta bili to *prvi* dve?



2. Slučajne spremenljivke X_1, X_2, \dots so porazdeljene geometrijsko $\text{Geom}(2/3)$, slučajna spremenljivka N pa geometrijsko $\text{Geom}(3/4)$. Vse omenjene slučajne spremenljivke so neodvisne. Zapišite porazdelitev slučajne spremenljivke $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{2N}$.
3. Statistična spremenljivka ima porazdelitev $\text{Beta}(a, 1 - a)$, t. j. porazdelitev z gostoto:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{a-1}(1-x)^{-a}}{\text{B}(a, 1-a)} & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

Konstruirajte nepristransko cenilko za a^2 z enakomerno najmanjšo disperzijo na podlagi enega samega opažanja te spremenljivke.

Namig: izračunajte $E(X)$ in $E(X^2)$.

4. Statistična spremenljivka X je porazdeljena normalno $N(\mu, \sigma)$, kjer nobenega od parametrov ne poznamo. Opazimo naslednji vzorec:

94, 76, 112, 71, 94, 83, 50, 98, 106, 99.

(kjer privzamemo, da so vse enote vzorca neodvisne in porazdeljene tako kot X). Poiščite interval zaupanja za μ pri stopnji zaupanja $\beta = 0.99$.