

Izpit iz verjetnosti in statistike

Matematika – UNI-BOL

16. februar 2011

1. Slučajni spremenljivki X in Y sta neodvisni in porazdeljeni zvezno z gostoto:

$$f(x) = \begin{cases} 1/x^2 & ; x > 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

Izračunajte $P(X > 2 \mid X + Y > 4)$.

2. V dobro premešanem kupu osmih kart so štiri rdeče in štiri črne. Karte drugo za drugo in brez vračanja vlečemo s kupa, dokler ne izvlečemo vsaj ene rdeče in vsaj ene črne. Število izvlečenih kart označimo z X . Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke ter izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.
3. Slučajne spremenljivke X_1, X_2, \dots, X_n so neodvisne in porazdeljene normalno $N(a/2, \sqrt{a})$, kjer je $a > 0$ neznan parameter. Dokažite, da obstaja nepristranska cenilka za $a^2 + 4a$ z enakomerno najmanjšo disperzijo, in jo tudi poiščite.
4. Statistična spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} e^{2x} & ; x \leq 0 \\ \frac{2}{3} e^{-x} & ; x \geq 0 \end{cases} .$$

- a) Zapišite gostoto porazdelitve slučajne spremenljivke $-X$.
- b) Opazimo X ali $-X$. Konstruirajte najmočnejši test, ki na podlagi tega opažanja pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testira ničelno hipotezo, da smo opazili X , proti alternativni hipotezi, da smo opazili $-X$.