

# Izpit iz verjetnosti in statistike

Matematika – bolonjski univerzitetni študij in pedagoška matematika  
1. februar 2012

1. Petrček si zelo želi avtomobilček *Strela McQueen*, zato najprej začne sitnariti mami, naj mu ga kupi. Če ne uspe, začne sitnariti očetu; če spet ne uspe, začne spet sitnariti mami, nato očetu in tako naprej. Ko  $k$ -tič zasitnari mami, dobi avtomobilček z verjetnostjo  $\frac{2^{-2k-1}}{1 + 2^{-2k}}$ , ko pa  $k$ -tič zasitnari pri očetu, dobi avtomobilček z verjetnostjo  $\frac{2^{-2k-2}}{1 + 2^{-2k-1}}$  (mišljene so pogojne verjetnosti glede na dogodek, da avtomobilčka še ni dobil,  $k$  pa je mišljen posebej za mamo in posebej za očeta: če je torej že 3-krat sitnari mami in 2-krat očetu, ni uspel ter gre ponovno sitnari očetu, je  $k = 3$ ). Privzamemo, da Petrček, če ne dobi avtomobilčka, sitnarjenje ponavlja v nedogled.
  - a) Kolikšna je verjetnost, da Petrček še po  $n$ -tem sitnarjenju (pri mami in očetu skupaj) **ne bo dobil** avtomobilčka?
  - b) Kolikšna je verjetnost, da Petrček **dobi** avtomobilček?
  - c) Recimo, da je Petrček dobil avtomobilček. Kolikšna je pogojna verjetnost, da mu ga je kupila mama?
2. Tri moške in tri ženske na slepo posedemo za okroglo mizo. Označimo z  $S$  število oseb, katerih soseda sta nasprotnega spola (t. j. levi sosed je drugega spola kot desni). Izračunajte  $E(S)$  in  $D(S)$ .
3. Slučajne spremenljivke  $X_1, X_2, \dots, X_{500}$  so neodvisne s porazdelitvijo:

$$\begin{pmatrix} -a & 0 & 2a \\ 1/3 & 1/2 & 1/6 \end{pmatrix},$$

kjer je  $a > 0$ . Označimo  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{500}$ . Približno določite  $a$  tako, da bo  $P(S > 1000) = 0.05$ .

4. Statistična spremenljivka  $X$  naj bo porazdeljena normalno  $N(0, \sigma)$ . Poiščite nepristransko cenilko za  $\sigma$  z najmanjšo možno disperzijo, ki temelji na enem samem opažanju.

*Namig:*  $X^2$  je nepristranska cenilka za  $\sigma^2$ . Kakšne oblike naj bo torej cenilka za  $\sigma$ ?