

Izpit iz verjetnosti in statistike

Matematika – bolonjski univerzitetni študij in pedagoška matematika
24. januar 2013

1. V pekarni so ostali le še štirje krofi: en navaden, en čokoladni, eden z roza prelivom in eden s karamelnim prelivom. Kupci prihajajo in privzamemo, da vsak kupi največ po en krof. Verjetnosti, da izbere navadnega, čokoladnega, roza oz. karamelnega, so v razmerju $4 : 3 : 2 : 1$. To velja tudi za pogojne verjetnosti, če ni več vseh krofov: če npr. ostaneta le še roza in karamelni krof, kupec izbere roza krof z verjetnostjo $2/3$, karamelnega pa z verjetnostjo $1/3$.
 - a) Kolikšna je verjetnost, da bo čokoladni krof pošel pred karamelnim?
 - b) Recimo, da je čokoladni krof pošel pred karamelnim. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je čokoladni krof pošel kot drugi?
2. Slučajni spremenljivki X in Y sta neodvisni in porazdeljeni standardno normalno. Določite porazdelitev slučajne spremenljivke $Z := (X + Y + 1)^2$.
3. Slučajne spremenljivke X_1, \dots, X_n so neodvisne in porazdeljene zvezno z gostoto:

$$f(x) = \begin{cases} c(\lambda) x e^{-\lambda x} & ; x > 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases},$$

kjer je $\lambda > 0$ neznan parameter.

- a) Določite $c(\lambda)$.
 - b) Poiščite cenilko za λ na podlagi X_1, \dots, X_n po metodi največjega verjetja.
4. Slučajne spremenljivke X_1, \dots, X_n so neodvisne in porazdeljene diskretno po shemi:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 3a \\ 1/3 & 1/2 & 1/6 \end{pmatrix},$$

kjer je $a > 0$ neznan parameter. Za velike n poiščite asimptotični 95% interval zaupanja za a oblike $[0, a_{\max}]$, kjer mora biti meja a_{\max} opazljiva.