

Izpit iz verjetnosti in statistike

Matematika – UNI-BOL

6. september 2010

1. Slučajni spremenljivki X in Y sta neodvisni in porazdeljeni eksponentno $\text{Exp}(1)$, t. j. zvezno z gostoto:

$$p(x) = \begin{cases} e^{-x} & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

Izračunajte $P(X > Y \mid Y > 1)$.

2. n otrok se igra v krogu in vsak ima eno žogo. Naenkrat vsi vržejo žoge, vsak proti kateremu drugemu otroku, izbranemu na slepo in neodvisno od izbir drugih otrok. Označimo z S število otrok, ki ne dobijo nobene žoge. Izračunajte $E(S)$ in $D(S)$.
3. Statistična spremenljivka je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$p(x) = \begin{cases} ax^{a-1} & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} ,$$

kjer je $a > 0$ neznan parameter. Na voljo imamo vzorec X_1, X_2, \dots, X_n , kjer so vse spremenljivke v vzorcu neodvisne in imajo predpisano porazdelitev. Poiščite nepristransko cenilko za $1/a$, ki ima enakomerno najmanjšo disperzijo.

Namig: obliko cenilke uganite iz zapisa ustrezne eksponentne družine.

4. Statistična spremenljivka X je porazdeljena normalno $N(\mu, \sigma)$, kjer nobenega od parametrov ne poznamo. Opazimo naslednji vzorec:

24·7, 27·1, 24·5, 19·3, 30·2, 18·4, 24·6, 28·4, 24·4, 27·9

(kjer privzamemo, da so vse enote vzorca neodvisne in porazdeljene tako kot X). Poiščite interval zaupanja za σ pri stopnji tveganja $\alpha = 0.05$.