Izpit iz verjetnosti in statistike

Matematika – bolonjski univerzitetni študij in pedagoška matematika
5. september 2011

1. Palico na slepo prelomimo, nato pa na slepo izberemo enega od kosov in še tega na slepo prelomimo. Kolikšna je verjetnost, da bomo lahko iz dobljenih kosov sestavili trikotnik (t. j. nobeden od kosov ne bo daljši od skupne dolžine preostalih dveh)?

2. Naj bosta X in Y slučajni spremenljivki, pri čemer naj bo Y porazdeljena binomsko $\mathrm{b}(2, 1/2)$ ter še $E(X \mid Y) = Y$ in $D(X \mid Y) = Y + 1$. Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

   Pojasnilo. Oznaka $D(X \mid Y)$ pomeni pogojno disperzijo, ki je disperzija ustrezne pogojne porazdelitve. Lahko jo definiramo tudi kot $D(X \mid Y) = E(X^2 \mid Y) - \big(E(X \mid Y)\big)^2$.

3. Dana sta dva kovanca: eden je pošten, pri drugem pa pade grb z verjetnostjo p. Kovancev na videz ne ločimo in v posameznem poskusu lahko vržemo le oba kovanca hkrati.

   Recimo, da v 15 poskusih ni padel noben grb, v 55 poskusih natanko en grb, v 30 poskusih pa sta padla dva grba. Ocenite p po metodi največjega verjetja.

4. Mirjana ima mlajšo sestro, ki jo pogosto kliče. Ker ji je to začelo presedati, si je začela dnevno beležiti, kolikokrat jo je sestra poklicala. Po enem letu so rezultati naslednji:

število klicev na dan	0	1	2	3	4	5	6	7	8
število dni	79	136	82	51	13	2	1	0	1

   Poiščite 99% interval zaupanja za povprečno število klicev na dan.