

# TEORETIČNI TEST IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

DATUM: vzorec

ČAS REŠEVANJA JE 90 MINUT

Ime in priimek:

Vpisna številka:

\_\_\_\_\_

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	$\Sigma$


Pred besedilom vsakega od osmih vprašanj je v oglatih oklepajih navedeno število možnih točk.

1. [10] Napiši definiciji  $\sigma$ -algebre in verjetnostne preslikave!

2. [15] Pošteno kocko mečemo, dokler ne pade šestica. Če je bilo število metov sodo, kolikšna je verjetnost dogodka, da je šestica padla pri šestem metu?

3. [10] Kako je definirana porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke? Kaj lahko povemo o njeni (pol)zveznosti? Navedi vsaj 3 njene lastnosti in jih tudi dokaži.
4. [15] Kdaj pravimo, da za zaporedje slučajnih spremenljivk velja šibki zakon velikih števil? Napisi in dokaži izrek Markova.

5. [15] Privzemimo enoparametrični eksponentni model. Opiši ta model, zapiši minimalno zadostno statistiko za vzorec velikosti  $n$  in dokaži, da gre res za zadostno statistiko.

6. [10] Privzemimo normalni model  $N(\mu, \sigma)$ , kjer sta oba parametra neznana. Kako sta pri pogoju  $\mu, \sigma$  porazdeljeni cenilki  $(x_1, \dots, x_n) \mapsto \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  in  $(x_1, \dots, x_n) \mapsto \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ?

7. [10] Parametrični statistični model  $\mathcal{P}$  z množico parametrov  $\Theta$ , ki je odprta v  $\mathbb{R}^k$ , ima gostote porazdelitev, ki so dvakrat zvezno parcialno odvedljive na vse parametre. Zadostne statistike ne poznamo. Kako bi poiskali kakšno primerno cenilko za konkretno funkcijo parametrov  $e: \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ ?
8. [15] Privzemimo model Bernoullijeve porazdelitve s parametrom  $p \in (0, 1)$ . Čimbolj natančno opiši enakomerno najmočnejši test za testiranje hipoteze  $p \leq p_0$  proti alternativni  $p > p_0$ .