

TEORETIČNI TEST IZ VERJETNOSTI IN STATISTIKE

DATUM: 8. 6. 2010

ČAS REŠEVANJA JE 90 MINUT

Ime in priimek:

Vpisna številka:

--	--	--	--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Σ

Pred besedilom vsakega od osmih vprašanj je v oglatih oklepajih navedeno število možnih točk.

1. [10] Kaj je popoln sistem dogodkov? Izpelji formulo za popolno verjetnost!

2. [10] Kako je definirano matematično upanje zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke? Zapiši primer zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke, za katero matematično upanje ne obstaja.

3. [15] Zapiši definicijo rodovne funkcije G_X nenegativne celoštevilske slučajne spremenljivke X . Katera enakost velja med rodovnimi funkcijami G_X , G_Y in G_{X+Y} ? Pri katerem pogoju? Enakost tudi dokaži.

4. [15] Napiši in dokaži neenakost Čebiševa!

5. [10] Kaj je statistični model? Kdaj pravimo, da je statistični model parametričen? Predstavi zgled parametričnega in zgled neparametričnega statističnega modela.

6. [15] Dokaži, da sta cenilki $(x_1, \dots, x_n) \mapsto \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ in $(x_1, \dots, x_n) \mapsto \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ neodvisni v modelu $N(\mu, \sigma)$, kjer sta oba parametra neznana.

7. [10] Privzemimo parametrični model z množico parametrov Θ .

Kdaj je - po definiciji - zaporedje cenilk $W_n: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ za funkcijo parametra $e: \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ dosledno?

Naj bo $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Borelova funkcija. Kdaj v splošnem je zaporedje $h \circ W_n$ dosledno za $h \circ e$?

8. [15] Privzemimo parametrični model z množico parametrov Θ , ki je odprta množica v \mathbb{R}^k .

Kako konstruiramo statistični test za testiranje $\vartheta \in H_0$ proti $\vartheta \in H_0^C$ na podlagi razmerja verjetij?

Kako za velike vzorce konstruiramo test, ki ima približno značilnost α ? (Privzemi, da gostote porazdelitev izpolnjujejo vse zahteve. Opiši pogoj na H_0 .)