

2. kolokvij iz verjetnosti in statistike

Matematika – UNI-BOL

18. januar 2010

1. Slučajni spremenljivki X in Y sta neodvisni, pri čemer je X porazdeljena enakomerno na intervalu $(1, 2)$, Y pa enakomerno na intervalu $(1, 4)$. Določite porazdelitev slučajne spremenljivke XY .
2. Za okroglo mizo sedi n ljudi. Ko glasujejo, vsak dvigne roko z verjetnostjo $1/2$, neodvisno od ostalih. Slučajna spremenljivka S naj označuje število 2-*sosledij*, t. j. število parov sosedov, kjer oba dvigneta roko (če npr. sedi za mizo 7 ljudi in roke dvignejo 1., 2., 4., 5. in 7., je $S = 3$). Izračunajte $E(S)$ in $D(S)$.
3. a) Naj bosta X in Y slučajni spremenljivki s končnima drugima momentoma in naj bo slučajni vektor (X', Y') neodvisna kopija slučajnega vektorja (X, Y) , t. j. enako porazdeljen kot (X, Y) in neodvisen od tega slučajnega vektorja. Izrazite količino:

$$E[(X - X')(Y - Y')]$$

s kovarianco $K(X, Y)$.

- b) Naj bo X slučajna spremenljivka, f in g pa taki naraščajoči funkciji, da imata $f(X)$ in $g(X)$ končna druga momenta. Dokažite, da je kovarianca

$$K(f(X), g(X))$$

nenegativna.

4. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena po Poissonu $P(\lambda)$. Izračunajte njen tretji centralni moment, t. j. $E[(X - E(X))^3]$.

Namig: lahko si pomagate z (momentno-)rodovnimi funkcijami.