

3. kolokvij iz verjetnosti in statistike

Matematika – univerzitetni študij
12. april 2012

1. Slučajni spremenljivki X in Y imata navzkrižno porazdelitev, podano s tabelo:

	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = a$
$X = 0$	$1/12$	$1/4$	0
$X = 1$	$1/2$	$1/12$	p

Določite p in izračunajte, pri katerem a sta X in Y nekorelirani.

2. Slučajna spremenljivka N naj ima Poissonovo porazdelitev $P(\lambda)$ in pogojno na N naj ima slučajna spremenljivka S binomsko porazdelitev $b(2N, 1/2)$.
- Določite (brezpogojno) rodovno funkcijo slučajne spremenljivke S .
 - Izračunajte $P(S = 1)$.
3. Slučajne spremenljivke X_1, X_2, \dots, X_{150} so neodvisne in porazdeljene zvezno z gostoto:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & ; -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

Označimo z S njihovo vsoto. Približno določite x , za katerega bo $P(S \geq x) = 0.05$ (t. j. 95. centil slučajne spremenljivke S).

4. Dana je porazdelitev z gostoto:

$$f(u) = \begin{cases} 2u & ; 0 \leq u \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

- Izračunajte mediano te porazdelitve.
- Naj bosta U_1 in U_2 neodvisni slučajni spremenljivki z gostoto f . Izračunajte matematični upanji vrstilnih statistik $U_{(1)} = \min\{U_1, U_2\}$ in $U_{(2)} = \max\{U_1, U_2\}$.
- Opazimo X_1 in X_2 , ki sta neodvisni in porazdeljeni tako kot $X = aU + b$, kjer ima U gostoto f , $a > 0$ in $b \in \mathbb{R}$ pa sta parametra, ki ju ne poznamo. Poiščite nepristransko cenilko mediane statistične spremenljivke X (to med drugim pomeni, da mora biti opazljiva, se pravi, da se mora dati izračunati iz X_1 in X_2 , ne da bi poznali a in b). Pomagajte si s prejšnjo točko.