

## 4. kolokvij iz verjetnosti in statistike

Matematika – UNI-BOL

3. junij 2010

1. Statistična spremenljivka  $X$  je porazdeljena po Poissonu  $P(\lambda)$ . Na voljo imamo eno samo opažanje.
  - a) Poiščite transformacijo, ki pri cenilki po metodi največjega verjetja stabilizira disperzijo.
  - b) Opazimo  $X = 100$ . Na podlagi prejšnje točke poiščite približni interval zaupanja za  $\lambda$  pri stopnji tveganja  $\alpha = 0.05$ .

2. Statistična spremenljivka  $X$  je porazdeljena normalno  $N(\mu, \sigma)$ , kjer nobenega od parametrov ne poznamo. Opazimo naslednji vzorec:

27.0, 18.8, 18.7, 21.2, 16.9, 19.4, 16.9, 20.5, 17.9, 19.8.

(kjer privzamemo, da so vse enote vzorca neodvisne in porazdeljene tako kot  $X$ ). Poiščite interval zaupanja za  $\mu$  pri stopnji tveganja  $\alpha = 0.01$ .

3. Življenjska doba originalne žarnice je porazdeljena eksponentno s pričakovano vrednostjo 500 ur, življenjska doba ponaredek pa je porazdeljena eksponentno s pričakovano vrednostjo 100 ur. Na podlagi opažene življenjske dobe ene žarnice testiramo ničelno hipotezo, da je originalna, proti alternativni hipotezi, da je ponaredek. Konstruirajte najmočnejši test pri stopnji značilnosti  $\alpha = 0.05$ . Kolikšna je njegova moč?
4. Statistična spremenljivka je porazdeljena normalno  $N(\mu, \sigma)$ . Na voljo imamo vzorec  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , kjer so vse spremenljivke v vzorcu neodvisne in imajo predpisano porazdelitev.

Opazimo  $n = 100$ ,  $\sum_{i=1}^n X_i = 37$ ,  $\sum_{i=1}^n X_i^2 = 75$ . Pri stopnji značilnosti  $\alpha = 0.01$  na podlagi razmerja verjetij testirajte hipotezo, da je  $\mu = \sigma^2$ , proti alternativni hipotezi, da to ni res. Pomagajte si z aproksimacijo porazdelitve ustrezne statistike s porazdelitvijo hi kvadrat.