4. kolokvij iz verjetnosti in statistike

Matematika – bolonjski univerzitetni študij in pedagoška matematika
9. junij 2011

1. Statistična spremenljivka je porazdeljena eksponentno $\mathrm{Exp}(\lambda)$, na voljo pa imamo vzorec iz n neodvisnih opažanj. Poiščite nepristransko cenilko za $1/\lambda^2$ z enakomerno najmanjšo disperzijo.

   Namig: cenilko iščite kot kvadratno funkcijo pripadajoče zadostne statistike. Upoštevajte, da za $\lambda > 0$ in $m \in \mathbb{N}_0$ velja $\displaystyle\int_0^\infty x^m e^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \frac{m!}{\lambda^{m+1}}$.

2. Izvedemo tri poskuse. Prvi poskus uspe z verjetnostjo θ. Če prvi poskus uspe, drugi poskus uspe s pogojno verjetnostjo $\frac{1+\theta}{2}$, če prvi poskus ne uspe, pa drugi uspe s pogojno verjetnostjo $\frac{\theta}{2}$. Podobno, če drugi poskus uspe, ne glede na izid prvega poskusa tretji poskus uspe s pogojno verjetnostjo $\frac{1+\theta}{2}$, če pa ne uspe, spet ne glede na izid prvega poskusa tretji poskus uspe s pogojno verjetnostjo $\frac{\theta}{2}$.

   Recimo, da je prvi poskus uspel, drugi ni uspel, tretji pa je spet uspel. Ocenite θ po metodi največjega verjetja.

3. 127 študentov povprašamo, kolikokrat na teden se gredo zvečer zabavat. Rezultati ankete so naslednji:

dni	0	1	2	3	4	5	6	7
študentov	22	47	35	17	3	2	0	1

   Poiščite 95% interval zaupanja za povprečno število dni v tednu, ko se gre študent zabavat.

4. Pri neki igri iz vrečke brez vračanja vlečemo listke in določeni med njimi so dobitni. V vrečki je 20 listkov, 5 jih izvlečemo. Prireditelj pred vlečenjem zatrdi, da je 12 listkov dobitnih. Konstruirajte randomiziran test, ki pri stopnji značilnosti $\alpha = 0{\cdot}05$ testira hipotezo, da prireditelj govori resnico, proti alternativni hipotezi, da je dobitnih listkov v vrečki manj. Lahko privzamete, da je več izvlečenih dobitnih listkov bolj "v skladu" z ničelno hipotezo.