

4. kolokvij iz verjetnosti in statistike

Matematika – univerzitetni študij

7. junij 2012

1. Statistična spremenljivka je porazdeljena normalno $N(a, a)$, kjer je $a > 0$ (t. j. njen standardni odklon je enak matematičnemu upanju). Konstruirajte cenilko za a po metodi največjega verjetja na podlagi n neodvisnih opažanj te spremenljivke.
2. Statistična spremenljivka ima porazdelitev $\text{Beta}(a, 1 - a)$, t. j. porazdelitev z gostoto:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{a-1}(1-x)^{-a}}{\text{B}(a, 1-a)} & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

Konstruirajte nepristransko cenilko za a z enakomerno najmanjšo disperzijo na podlagi enega samega opažanja te spremenljivke.

3. Statistična spremenljivka ima diskretno porazdelitev, podano s shemo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{\theta^2}{\theta^2 - \theta + 1} & \frac{\theta(1 - \theta)}{\theta^2 - \theta + 1} & \frac{(1 - \theta)^2}{\theta^2 - \theta + 1} \end{pmatrix} .$$

Poiščite enostranski 95% interval zaupanja, ki bo temeljil na enem samem opažanju te spremenljivke. Natančneje, če opazimo k , naj bo ta interval oblike $I = [0, b_k)$ ali $[0, 1]$ (za $b_k = 1$). Interval naj bo optimalen v smislu, da je $\inf_{0 \leq \theta \leq 1} P_\theta(\theta \in I) = 0.95$.

4. 13-krat vržemo kocko, meti so neodvisni. 5-krat pade šestica. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte ničelno hipotezo, da šestica pade z verjetnostjo $1/6$, proti alternativni, da pade z verjetnostjo, večjo od $1/6$.