

2. izpit
UVOD V DIFERENCIALNO GEOMETRIJO
2. julij 2010

Vpisna številka:

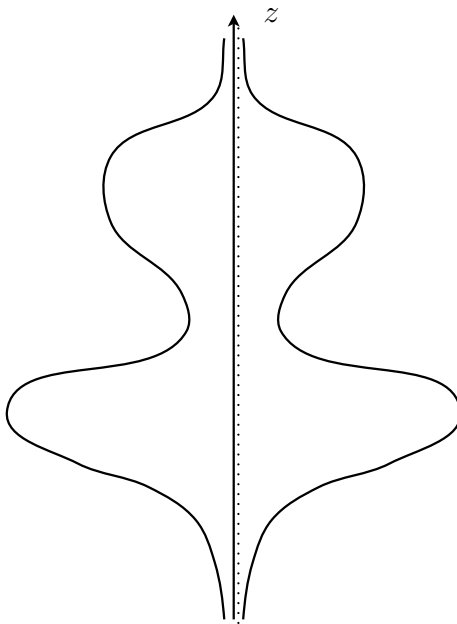
Ime in priimek:

Vse korake DOBRO utemelji!

1. Enneperjeva ploskev je podana z naslednjo parametrizacijo:

$$\sigma(u, v) = \left(u - \frac{u^3}{3} + uv^2, v - \frac{v^3}{3} + vu^2, u^2 - v^2\right).$$

- (a) Dokaži, da je parametrizacija σ konformna.
 - (b) Dokaži, da je $|\sigma_u \times \sigma_v| = (1 + u + v)^2$.
 - (c) Dokaži, da je Enneperjeva ploskev minimalna.
 - (d) Izračunaj Gaussovo ukrivljenost Enneperjeve ploskve.
2. Naj bo S rotacijska ploskev, ki jo dobimo ob rotaciji grafa funkcije $x = f(z)$ okoli osi z , kot to kaže slika. Nariši in kvalitativno opiši geodetke na ploskvi S .



3. Ploskev A je pas med vzporednikoma α in β na sferi z radijem 9. Pri tem vzporednik α leži 30° severno, vzporednik β pa 30° južno od ekvatorja. Ploskev B je eno od manjših dveh območij, ki ju omejujeta poldnevnik γ in δ na sferi z radijem 9. Pri tem je kot med poldnevnikoma enak 30° . S pomočjo lokalnega Gauss-Bonnetovega izreka izračunaj ploščino območij A , B in $A \cap B$.
4. Naj bo γ enotska pot s konstantno ukrivljenostjo κ , katere torzijska ukrivljenost τ je povsod enaka 0.
 - (a) Dokaži, da je γ vsebovana v krožnici.
 - (b) Dokaži, da parametrizacija

$$\beta(t) = \left(\frac{4}{5} \cos t, 1 - \sin t, -\frac{3}{5} \cos t\right)$$

podaja krožnico. Poišči njeno središče in radij.