

1. kolokvij

UVOD V DIFERENCIALNO GEOMETRIJO

7. december 2009

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Sedež:

Vse korake DOBRO utemelji!

- (30) Uvedi strukturo gladke mnogoterosti na ploskev $x^2 + y^2 + \frac{1}{4}z^2 = 1$: poišči dve lokalni karti, ki sestavljata atlas in preveri, da je prehodna preslikava gladka.
- (35) Naj bo $\sigma(x, y) = (x, y, 2xy)$.
 - Dokaži, da σ določa neko ploskev S .
 - Izračunaj prvo in drugo fundamentalno formo ploskve S .
 - Izračunaj Gaussovo in povprečno ukrivljenost ploskve S .
 - Izračunaj ploščino ploskve S na območju $x^2 + y^2 \leq 1$.
 - Poišči glavne ukrivljenosti in glavne vektorje v točki $x = 0, y = 0$.
- (35) Naj bosta $\sigma(u, v)$ in $\tilde{\sigma}(\tilde{u}, \tilde{v})$ lokalni karti ploskve S v okolici točke $T \in S$ in naj bo $(u, v) = \Phi(\tilde{u}, \tilde{v})$ reparametrizacija, kar pomeni $\sigma(\Phi(\tilde{u}, \tilde{v})) = \tilde{\sigma}(\tilde{u}, \tilde{v})$. Z J označimo Jacobijevo matriko preslikave Φ , F naj bo matrika druge fundamentalne forme ploskve S v T glede na koordinate (u, v) , \tilde{F} pa naj bo matrika druge fundamentalne forme ploskve S v T glede na koordinate (\tilde{u}, \tilde{v}) . Dokaži:

$$\tilde{F} = \pm J^T F J.$$

Od česa je odvisen predznak \pm ?