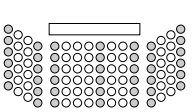



Prvi kolokvij iz Uvoda v diferencialno geometrijo

10. december 2012

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek

	1	
	2	
Sedež (2.01)	3	
	Σ	
		
Vpisna številka		

1. naloga (40 točk)

Podana je parametrizacija torusa T :

$$\sigma(\varphi, \theta) = ((R + r \cos \varphi) \cos \theta, (R + r \cos \varphi) \sin \theta, r \sin \varphi), \quad R > r > 0.$$

- Izračunaj glavne vektorje, glavne ukrivljenosti ter Gaussovo ukrivljenost torusa T .
- Naj bodo $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ preslikava, ki preslika $(x, y, z) \mapsto (2x - z, y^2 - xy)$. V točki $(\varphi = \pi/4, \theta = \pi/4)$ je podan vektor $v = 2\sigma_\theta - 3\sigma_\varphi$. Izrazi vektorja v ter $Df(v)$ v standardni bazi prostora \mathbb{R}^3 .
- Poišči vse poti ukrivljenosti na torusu T ter izračunaj njihove ukrivljenosti κ, κ_n ter κ_g .

2. naloga (30 točk)

V ravnini xy se okoli izhodišča vrti palica dolžine 1: z enim koncem je fiksirana v izhodišču, z drugim enakomerno kroži. Na koncu palice se v ravnini, ki je pravokotna na palico, vrti daljica dolžine 1: z enim koncem je fiksirana v na koncu palice, z drugim enakomerno kroži. Daljica in palica se vrtita enako hitro.

Parametriziraj množico, ki jo tekom hkratnega vrtenja daljice in palice opiše daljica. Ali je parametrizacija konformna?

Opomba: Omenjena množica je ploskev razen v nekaj točkah.

3. naloga (30 točk)

Podan je elipsoid S :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad a, b, c > 0.$$

- Parametriziraj elipso ter za vsako točko izračunaj normalni vektor, ki kaže "ven" iz elipse.
- Ploskev P dobimo iz elipse S z naslednjo preslikavo F : vsako točko elipse S premaknemo za normalni vektor iz točke (i). Zapiši eksplicitno formulo za preslikavo F ter izračunaj prvo fundamentalno formo v primeru $a = b$.
- Ali je preslikava F konformna, če velja $a = b = c$?
- Ali obstaja kakšna ploskev, za katero je omenjena preslikava F (premik za normalni vektor) izometrija?
- Ali ima točka $F(p)$ isto normalo kot točka p ?