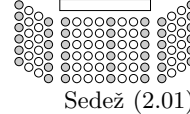


Drugi kolokvij iz Uvoda v diferencialno geometrijo

14. januar 2013

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 115 točk. Veliko uspeha!



Sedež (2.01)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

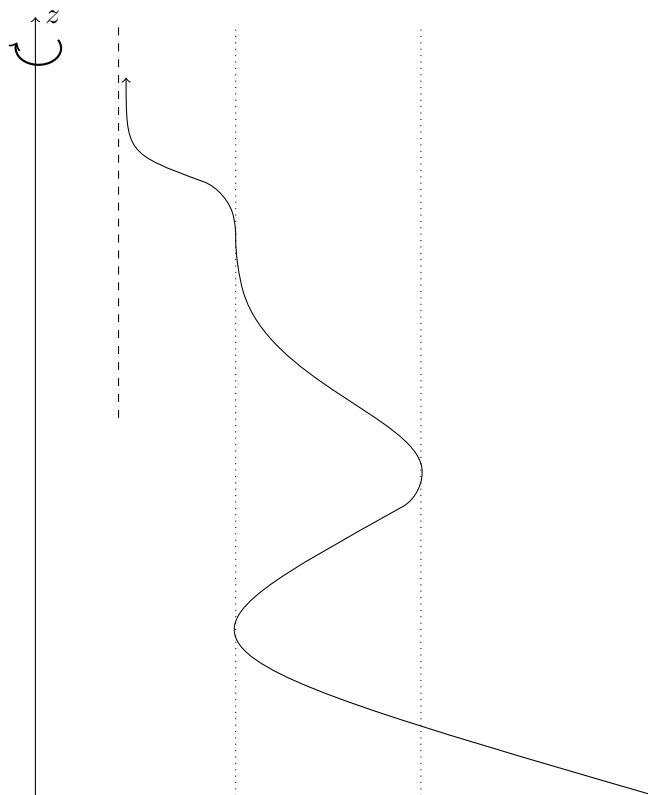
2	
3	
4	
Σ	

Ime in priimek _____

1. naloga (35 točk)

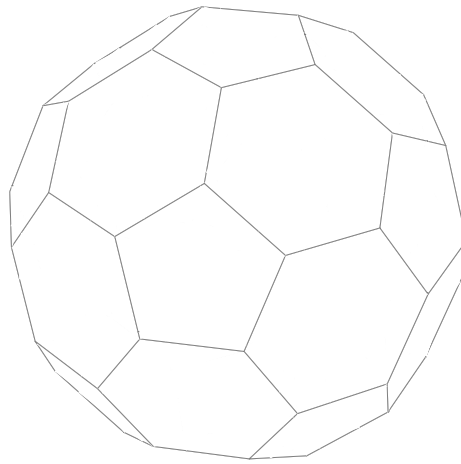
Naj bo S rotacijska ploskev, ki jo dobimo ob rotaciji spodnje krivulje okoli osi z , kot to kaže slika. Pomožne črtkaste črte označujejo asimptoto, pomožne pikčaste črte pa označujejo točke z isto oddaljenostjo od osi rotacije. Funkcija oddaljenosti od osi vrtenja ima en lokalni maksimum, en lokalni minimum ter eno sedlo.

- Nariši in kvalitativno opiši geodetke na ploskvi S .
- Ali obstajajo poleg poldnevnikov ter vzporednikov še kakšne geodetke brez samopresečišč?



2. naloga (30 točk)

Klasična nogometna žoga je sfera, sestavljena iz pravilnih sferičnih petkotnikov ter pravilnih sferičnih šestkotnikov.



- (i) V vsaki točki se stikajo tri lica. Vsaka stranica meji na natanko dve lici. Dokaži, da omenjeno dekompozicijo sestavlja 12 petkotnikov.
- (ii) Vsak rob petkotnika meji na šestkotnik. Po drugi strani pa le polovica robov šestkotnikov meji na petkotnik. Dokaži, da omenjeno dekompozicijo sestavlja 20 šestkotnikov.
- (iii) Naj bo polmer žoge enak 2. Vsaka stranica leži na preseku žoge z ravnino, ki je pravokotna na žogo. Naj bo α notranji kot petkotnika. Izrazi ploščino poljubnega petkotnika ter šestkotnika iz omenjene dekompozicije s pomočjo kota α .

3. naloga (25 točk)

Ploskev $S \subset \mathbb{R}^3$ je podana z enačbo $y = \cosh(x)$.

- (i) Parametriziraj pot $\gamma(t) = (t, \cosh(t))$ v ravnini z naravnim parametrom;
- (ii) Parametriziraj ploskev S tako, da bo parametrizacija izometrija;
- (iii) Eksplicitno zapiši vse geodetke na ploskvi S .

4. naloga (25 točk)

Ploskev S , podano kot $z = x^2 + y^2$, parametriziramo s preslikavo

$$\sigma(x, y) = (x, y, x^2 + y^2)$$

- (i) Dokaži, da je Gaussova ukrivljenost ploskve S enaka $4(1 + 4(x^2 + y^2))^{-2}$
- (ii) Krivuljo, ki je presek ploskve z ravnino $z = 1$, parametriziraj z naravnim parametrom ter izračunaj njeno geodezično ukrivljenost na ploskvi S .
- (iii) Z uporabo Gauss Bonnetovega izračunaj integral

$$\int \int_{x^2 + y^2 \leq 1} 4(1 + 4x^2 + 4y^2)^{-3/2} dx dy$$