Uvod v geometrijsko topologijo: pisni izpit
31. 8. 2012

1. naloga (20 točk)

Naj bo Y metrični prostor z odlikovano točko y_0 in naj bo
$$PY = \{f\colon [0,1] \to Y \mid f \text{ je zvezna in } f(0) = y_0\}\,.$$
Prostor $C([0,1],Y)$ (in s tem podprostor PY) opremimo z metriko enakomerne konvergence. Definirajmo še preslikavo $E\colon PY \to Y$ s predpisom $E(f) = f(1)$. Dokaži:

a. E je zvezna surjekcija natanko tedaj, ko je Y s potmi povezan.
b. Naj bo Y lokalno s potmi povezan. Tedaj je E odprta preslikava.

2. naloga (25 točk)

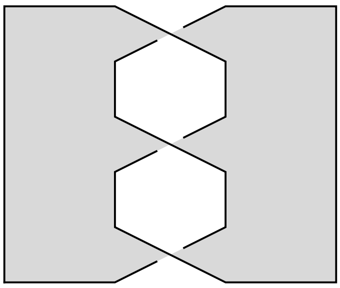
Podan je podprostor X evklidskega prostora $\mathbb{R}^3$:
$$X = \big((0,1)\times(0,1)\times(0,1)\big) \cup \big([0,1]\times\{0,1\}\times\{1\} \cup \{0,1\}\times[0,1]\times\{1\}\big).$$

a. Ali je X mnogoterost?
b. Pišimo $A = [0,1]\times\{0,1\}\times\{1\} \cup \{0,1\}\times[0,1]\times\{1\}$.
Ali je A retrakt prostora X?
c. Ali ima prostor X lastnost negibne točke?

Rešitve oziroma odgovore ustrezno utemelji.

3. naloga (15 točk)

Klasificiraj ploskev:



Rešitev ustrezno utemelji.

Teoretična naloga (10 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).
Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

☐ Naj bo K kompakten prostor. Kompaktno odprta topologija na $C(K,\mathbb{R})$ se ujema s topologijo enakomerne konvergence.

☐ Množica polinomov je gosta v prostoru $C(\mathbb{R},\mathbb{R})$ s kompaktno odprto topologijo.

☐ Kvocientni prostor nepovezanega prostora je nepovezan prostor.

☐ Realna premica $\mathbb{R}$ je kvocientni prostor kvadrata $[0,1]\times[0,1]$ po primerni relaciji.

☐ Obstaja zvezna injekcija $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$.

☐ Interval $(0,1)$ je retrakt ravnine $\mathbb{R}^2$.

☐ Vsaka preslikava $B^2 \to B^2$ ima vsaj eno negibno točko.

☐ Odprt podprostor mnogoterosti je vedno mnogoterost.

☐ Kleinova steklenica je homeomorfna povezani vsoti dveh projektivnih ravnin.

☐ Homeomorfnostni razred kompaktne povezane ploskve brez roba je natanko določen z Eulerjevo karakteristiko.