UVOD V GEOMETRIJSKO TOPOLOGIJO: PISNI IZPIT
14. 6. 2012

1. NALOGA (20 točk)

a. Naj bosta $\Phi\colon Z \to Y$ in $s\colon Y \to Z$ taki zvezni preslikavi, za kateri velja $\Phi \circ s = \mathrm{Id}_Y$. Dokaži, da je Φ kvocientna preslikava.

b. Naj bosta X in Y topološka prostora in naj bo $x_0 \in X$ izbrana točka. Na prostoru zveznih preslikav $C(X,Y)$ vpeljemo relacijo $f \sim g \iff f(x_0) = g(x_0)$. Kateremu prostoru je homeomorfen kvocientni prostor $C(X,Y)/{\sim}$? Dokaži!
(Prostor zveznih preslikav je opremljen s kompaktno-odprto topologijo.)

2. NALOGA (25 točk)

Podan je podprostor X evklidskega prostora $\mathbb{R}^3$:

$$X = \big\{(x,0,z) \,|\, x^2+z^2 \leqslant 1\big\} \cup \big\{(0,y,z) \,|\, y^2+z^2 = 1\big\}\,.$$

a. Ali je X mnogoterost?

b. Pišimo $A = \big\{(x,0,z) \,|\, x^2+z^2 = 1\big\}$, $B = \big\{(0,y,z) \,|\, y^2+z^2 = 1\big\}$.
Ali je kateri od prostorov A, B retrakt prostora X?

c. Ali ima prostor X lastnost negibne točke?

Rešitve oziroma odgovore ustrezno utemelji.

3. NALOGA (15 točk)

Klasificiraj ploskev, ki je podana z besedo $a_1a_2\ldots a_na_1^{-1}a_2^{-1}\ldots a_{n-1}^{-1}a_n$.
Rešitev ustrezno utemelji.

TEORETIČNA NALOGA (10 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).
Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Za vsak prostor X je $C(X,\mathbb{R})$ s kompaktno-odprto topologijo topološka algebra.
- ☐ Za vsako zvezno funkcijo $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in vsako pozitivno število $\varepsilon > 0$ obstaja tak polinom p, da velja $|f(x) - p(x)| \leqslant \varepsilon$ za vsa realna števila x.
- ☐ Kvocientni prostor s potmi povezanega prostora je s potmi povezan.
- ☐ Krožnica S^1 ne more biti kvocientni prostor nekompaktne realne ravnine $\mathbb{R}^2$.
- ☐ Vsaka zvezna injekcija $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ je odprta preslikava.
- ☐ Ne obstaja retrakcija $\mathbb{R}^2 \to S^1$.
- ☐ Če sta X in Y retrakta enotskega diska B^2, sta X in Y homeomorfna.
- ☐ Vsak podprostor neprazne n-razsežne mnogoterosti je mnogoterost.
- ☐ Projektivna ravnina je neorientabilna ploskev.
- ☐ Vsaka kompaktna orientabilna ploskev ima pozitivno Eulerjevo karakteristiko.