

UVOD V GEOMETRIJSKO TOPOLOGIJO: PISNI IZPIT
12. 6. 2014

1. NALOGA (20 točk)

Naj bodo X, Y, Z topološki prostori in naj bosta prostora zveznih preslikav $C(X, Y)$ ter $C(X, Z)$ opremljena s kompaktno odprto topologijo.

- a. Naj bo $\psi: Y \rightarrow Z$ zvezna preslikava. Dokaži, da predpis $f \mapsto \psi \circ f$ podaja zvezno preslikavo $C(X, Y) \rightarrow C(X, Z)$.
- b. Naj bo $Y \subset Z$ podprostor. Tedaj lahko $C(X, Y)$ gledamo kot podmnožico v $C(X, Z)$. Dokaži, da se topologija podprostora ujema s kompaktno odprto topologijo na $C(X, Y)$.
- c. Naj bo Y retrakt prostora Z . Dokaži, da je $C(X, Y)$ retrakt prostora $C(X, Z)$.

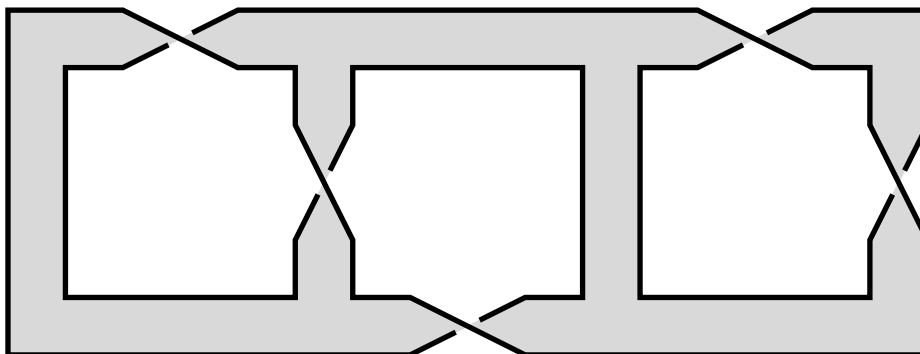
Rešitve oziroma odgovore ustrezno utemelji.

2. NALOGA (20 točk)

Naj bo $A \subset \mathbb{R}^2$ in naj bo $X = \mathbb{R}^2 \times (0, \infty) \cup A \times \{0\}$ podprostor prostora \mathbb{R}^3 . Določi potreben in zadosten pogoj na množico A , da je X mnogoterost, in to dokaži.

3. NALOGA (20 točk)

Klasificiraj ploskev:



Odgovor ustrezno utemelji.

TEORETIČNA NALOGA (10 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratik čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).

Če ne veš, pusti kvadratik prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- Kvocientni prostor $\mathbb{R}/[0, 1]$ je homeomorfen premici \mathbb{R} (z običajno topologijo).
- Naj bo \sim ekvivalenčna relacija na prostoru X . Kvocientni prostor X/\sim je T_2 natanko tedaj, ko so ekvivalenčni razredi zaprti v X .
- Kvocientni prostor nepovezanega prostora je nepovezan prostor.
- Naj bo $f: \mathbb{B}^k \rightarrow \mathbb{R}^n$ zvezna preslikava. Tedaj je $\mathbb{R}^n \setminus f(\mathbb{B}^k)$ s potmi povezan prostor.
- Naj bo $f: \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ vložitev. Tedaj ima $\mathbb{R}^3 \setminus f(\mathbb{S}^2)$ natanko dve komponenti za povezanost.
- Naj bo $A \subset \mathbb{S}^1$ pravi (tj. $A \neq \mathbb{S}^1$) povezan podprostor. Tedaj je A absolutni ekstenzor za normalne prostore.
- Slika zvezne injekcije $(0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ je odprti interval.
- Ploskev, ki jo predstavlja beseda *babacece*, je povezana vsota dveh torusov.
- Dvorazsežni torus $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$ je ploskev, katere rob je homeomorfen krožnici \mathbb{S}^1 .
- Projektivna ravnina je neorientabilna ploskev.