UVOD V GEOMETRIJSKO TOPOLOGIJO: 2. TEST
17. 5. 2013

1. NALOGA (5 točk)

Podan je podprostor ravnine

$$A = [0,1]\times\{0\} \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} \{\tfrac{1}{n}\}\times[0,\tfrac{1}{n}].$$

Naj bo t realno število. Defirajmo še

$$X_t = A \cup [0,1]\times[t,t+1].$$

Določi vsa tista realna števila t, za katera je X_t absolutni ekstenzor za razred normalnih prostorov. Vse kvalitativno različne primere skiciraj.
Rešitev oziroma odgovor utemelji.

2. NALOGA (5 točk)

a. Ali je prostor $\mathbb{R}^2 \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \cup \{(0,0,0)\}$ mnogoterost?
b. Ali je prostor $\mathbb{R}^2 \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \cup \big\{(x,y,0) \,|\, x^2+y^2 < 1\big\}$ mnogoterost?
c. Ali je prostor $\mathbb{R}^2 \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \cup \big\{(x,y,0) \,|\, x^2+y^2 \leqslant 1\big\}$ mnogoterost?
d. Naj bo $A \subset \mathbb{R}^2$. Poišči potreben in zadosten pogoj, da je prostor $\mathbb{R}^2 \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \cup \{(x,y,0) \,|\, (x,y) \in A\}$ mnogoterost.

Rešitve oziroma odgovore utemelji.

TEORETIČNA NALOGA (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**). Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Naj bo $f\colon \mathbb{B}^k \to \mathbb{R}^n$ zvezna preslikava. Tedaj je $\mathbb{R}^n \setminus f(\mathbb{B}^k)$ s potmi povezan prostor.
- ☐ Naj bo $f\colon \mathbb{S}^1 \to \mathbb{R}^3$ vložitev. Tedaj ima $\mathbb{R}^3 \setminus f(\mathbb{S}^1)$ natanko dve komponenti za povezanost.
- ☐ Naj bo $A \subset \mathbb{R}^2$ in $B \subset \mathbb{R}^3$. Če sta prostora A in B homeomorfna, ima B prazno notranjost v $\mathbb{R}^3$.
- ☐ Naj bo J topološka krožnica v $\mathbb{R}^2$ in naj bo C katerakoli komponenta komplementa $\mathbb{R}^2 \setminus J$. Tedaj je zaprtje $\bar{C}$ homeomorfno disku $\mathbb{B}^2$.
- ☐ Vsak retrakt ravnine $\mathbb{R}^2$ je absolutni ekstenzor za normalne prostore.
- ☐ Krožnica $\mathbb{S}^1$ je kontraktibilen prostor.
- ☐ Krožica $\mathbb{S}^1$ je primer mnogoterosti s praznim robom.
- ☐ Vsak homeomorfizem $\mathbb{B}^2 \to \mathbb{B}^2$ ima vsaj eno negibno točko.
- ☐ Naj bosta X in Y mnogoterosti. Tedaj je $X \times Y$ mnogoterost in velja $\partial(X \times Y) = (\partial X) \times (\partial Y)$.
- ☐ Naj bo A zaprta množica v $\mathbb{R}^n$. Vsaka zvezna injekcija $A \to \mathbb{R}^n$ je zaprta preslikava.