

Uvod v numerične metode 2013/2014

1. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom `ime-priimek-1.zip` in jih oddajte preko spletnne učilnice (<http://ucilnica.fmf.uni-lj.si>) najkasneje do 20. decembra 2013. Priložite programe, s katerimi ste naloge rešili in poročilo, v katerem opišete postopek reševanja in zapišete rezultate.

Naloge morajo biti rešene v Matlabu (uporabite lahko tudi Octave ali Python).

Če imate kakšno vprašanje o nalogah ali Matlabu, se obrnite na asistenta ali profesorja. Če menite, da je vprašanje zanimivo tudi za ostale, uporabite forum.

Naj bosta c_1, c_2 zadnji 2 cifri vaše vpisne številke in $C = 1 + c_1c_2/100$.

1. Planeta Merkur in Zemlja se gibljeta okrog Sonca po tirnicah, opisanih s parametričnima krivuljama

```
y_m = 56.6741*sin(2*pi*t/87.97);  
x_m = -11.9084+57.9117*cos(2*pi*t/87.97);  
y_e = 149.5832*sin(2*pi*t/365.25);  
x_e = -2.4987 + 149.6041*cos(2*pi*t/365.25);
```

Tu t označuje čas v dnevih, trenutni čas je $t = 100*(c_1+c_2)$. Izračunajte, kdaj si bosta planeta najbližje v naslednjih 1000 dnevih in kolikšna bo oddaljenost med njima.

2. Numerično izračunajte vse rešitve sistema enačb

$$\begin{aligned} 2x + e^{x^2} + e^{y^2} &= 15, \\ x^3 + Cy^3 - 5C^2xy &= C^3, \end{aligned}$$

na 6 mest natančno. Pri izbiri začetnih približkov si pomagajte s sliko krivulj, ki ju opisujeta enačbi.

3. Poissonova enačba je parcialna diferencialna enačba, ki se pojavlja v elektrostatiki, mehaniki in teoretični fiziki. Dana je Poissonova enačba v eni dimenziji na intervalu $[a, b]$

$$-\frac{d^2v(x)}{dx^2} = f(x),$$

kjer je funkcija f dana, iščemo pa funkcijo v . Funkcija v naj zadošča robnima pogojema $v(a) = v(b) = 0$. Rešitev želimo poiskati numerično,

tako, da bomo izračunali približno rešitev v $n+2$ ekvidistantnih točkah $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \dots, n+1$ na intervalu $[a, b]$, kjer je $h = \frac{b-a}{n+1}$. Naj bo $v_i := v(x_i)$ in $f_i := f(x_i)$. Za aproksimacijo drugega odvoda uporabimo končne diference

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2}|_{x=x_i} = \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{h^2} + \tau_i,$$

kjer je τ_i napaka metode reda $O(h^2 \|\frac{d^4v}{dx^4}\|_\infty)$. Če uporabimo aproksimacijo na Poissonovi enačbi in zanemarimo (majhno) napako metode, dobimo

$$-v_{i-1} + 2v_i - v_{i+1} = h^2 f_i.$$

To zapišemo za vse $i = 1, 2, \dots, n$, upoštevamo robna pogoja $v_0 = v_{n+1} = 0$, in dobimo linearni sistem enačb velikosti $n \times n$ s tridiagonalno matriko.

Numerično rešite Poissonovo enačbo in narišite rešitev (odsekoma linearne funkcije skozi točke (x_i, v_i)) za podatke: $a = C$, $b = C + 1$, $f(x) = \exp(x)/x$ in $n = 20 + c_1 * c_2$.

4. **(Dodatna naloga)** Določite globalni minimum in globalni maksimum funkcije

$$(1 + c_1) * \sin(x) + (1 + c_2) * \sin(x^2)$$

na intervalu $[0, 15]$.