

# 1 Ogrevadne naloge iz teorije grafov

Pri vseh nalogah obravnavamo le *enostavne grafe*.

**1.1.** Pokaži, da je  $(d_1, d_2, \dots, d_n)$  zaporedje stopenj vozlišč nekega drevesa če in samo če

$$d_1 + d_2 + \dots + d_n = 2n - 2.$$

**1.2.** Pokaži, da je za  $r > 1$  vsak povezan dvodelen  $r$ -regularen graf 2-povezan.

**1.3.** Naj bo  $G$  nek kubičen hamiltonov graf. Pokaži, da je  $G$  razreda I.

**1.4.** Naj bo  $G$  razreda I in  $H$  poljuben graf. Pokaži, da je tedaj  $G \square H$  razreda II.

**1.5.** Premisli, da je  $C_n \square C_m$  hamiltonov. Ali to pomeni, da je za hamiltonska grafa  $G, H$  njun kartezični produkt hamiltonov?

**1.6.** Naj bo  $k \geq 2$  in naj  $M_k$  graf, ki ga dobimo tako da iz  $Q_{2k+1}$  odstranimo vsa vozlišča katerih število enic je manjše od  $k$  ali večje od  $k + 1$ . Pokažite, da je  $M_k$  hamiltonski.

**1.7.** Dokaži ali ovrzi:

- a) Če grafa  $G$  in  $H$  vsebujeta hamiltonovo pot je graf  $G \square H$  hamiltonski.
- b) Če grafa  $G$  in  $H$  imata hamiltonovo pot, jo ima tudi  $G \square H$ .

**1.8.** Dokaži ali ovrzi:

- a) Če je  $G \square H$  hamiltonov je hamiltonov vsaj eden izmed grafov  $G$  ali  $H$ .
- b) Če graf  $G \square H$  vsebuje hamiltonovo pot potem vsaj eden izmed grafov  $G$  ali  $H$  vsebuje hamiltonovo pot.

**1.9.** Določi število 4-ciklov v  $Q_n$ .

**1.10.** Določi Wienerjev index za  $Q_n$ .

**1.11.** Pokaži, da je  $P_n \square P_m$  hamiltonski graf, če in samo če  $2|mn$ .

**1.12.** Denimo, da imata  $G$  in  $H$  vsaj eno vozlišče sosednjo z vsaj dvema vozliščema stopnje 1. Pokažite, da  $G \square H$  ni hamiltonski.