

3. domača naloga iz Liejevih grup

Naloge je treba reševati samostojno.

Rok za oddajo: 5 dni pred ustnim izpitom in najkasneje do 15. septembra 2014.

Unitarna in specialna unitarna grupa sta definirani s pogojema:

$$\begin{aligned} \mathrm{U}(n) &= \{A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) \mid A^H A = \mathrm{I}\}, \\ \mathrm{SU}(n) &= \{A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C}) \mid A^H A = \mathrm{I}, \det(A) = 1\}. \end{aligned}$$

- (a) Definirajmo preslikavo $\phi : \mathrm{U}(1) \times \mathrm{SU}(3) \rightarrow \mathrm{U}(3)$ s predpisom

$$\phi(e^{it}, A) = e^{it} A.$$

Pokaži, da je ϕ surjektiven homomorfizem Liejevih grup in poišči njegovo jedro.

- (b) Pokaži, da grupei $\mathrm{U}(1) \times \mathrm{SU}(3)$ in $\mathrm{U}(3)$ nista izomorfni.
(c) Pokaži, da sta Liejevi grupei $\mathrm{U}(1) \times \mathrm{SU}(3)$ in $\mathrm{U}(3)$ difeomorfni.
(d) Poišči univerzalni krov G Liejeve grupe $\mathrm{U}(3)$. (Eksplisitno opiši gruipo G in konstruiraj surjektivni homomorfizem $\pi : G \rightarrow \mathrm{U}(3)$ z diskretnim jedrom)