

# Numerična aproksimacija in interpolacija

## 2. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom *ime-priimek-vpisna-2.zip* in jih oddajte preko sistema Moodle (<http://ucilnica.fmf.uni-lj.si>) najkasneje do konca 13. januarja 2014. ZIP datoteka mora vsebovati ustrezno napisano poročilo z rezultati ter vse programe, s katerimi ste nalogo rešili. Nalogo rešite v Matlabu.

Naj bodo  $c_1, c_2, c_3, c_4$  zadnje štiri cifre vaše vpisne številke.

### NALOGA:

Naj bo  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  dana funkcija in  $\mathbf{x} := (x_i)_{i=0}^m$ ,

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{m-1} < x_m = b,$$

zaporedje stičnih točk. Polni kubični interpolacijski zlepek  $S$ ,

$$S : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, \quad S \Big|_{[x_i, x_{i+1}]} =: P_i \in \mathbb{P}_3, \quad i = 0, 1, \dots, m-1,$$

je določen s pogoji

$$\begin{aligned} P_i(x_i) &= f(x_i), & P_i'(x_i) &= s_i, \\ P_i(x_{i+1}) &= f(x_{i+1}), & P_i'(x_{i+1}) &= s_{i+1}, \end{aligned} \quad i = 0, 1, \dots, m-1,$$

kjer je  $s_0 = f'(x_0)$  in  $s_m = f'(x_m)$ , ostale vrednosti  $(s_i)_{i=1}^{m-1}$  pa so določene tako, da je zlepek na intervalu  $[a, b]$  dvakrat zvezno odvedljiv. Dobimo jih kot rešitev sistema linearnih enačb

$$\frac{1}{\Delta x_{i-1}} s_{i-1} + 2 \left( \frac{1}{\Delta x_{i-1}} + \frac{1}{\Delta x_i} \right) s_i + \frac{1}{\Delta x_i} s_{i+1} = 3 \left( \frac{[x_i, x_{i+1}]f}{\Delta x_i} + \frac{[x_{i-1}, x_i]f}{\Delta x_{i-1}} \right),$$
$$i = 1, 2, \dots, m-1.$$

Razdelite interval  $[a, b]$  na  $m = 7$  ekvidistantnih delov s točkami

$$x_i = a + i \frac{b-a}{m}, \quad i = 0, 1, \dots, m.$$

Za

$$f(x) = \ln \left( 2 + c_3 + c_4 + \frac{x}{2} \right) + \frac{x}{5} \sin \left( \left( 1 + \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}{10} \right) x \right), \quad a = 0, \quad b = 7,$$

rešite sledeče naloge.

1. Izračunajte in izpišite koeficiente  $(s_i)_{i=0}^m$ , ki določajo polni kubični interpolacijski zlepek  $S$ .
2. Izračunajte in izpišite deljene difference, ki določajo kubični polinom  $P_i$  za vse  $i = 0, 1, \dots, m-1$ .

3. Napišite funkcijo za računanje vrednosti intepolacijskega polinoma v Newtonovi obliki.
4. Izračunajte in izpišite vrednosti

$$S\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right), \quad i = 0, 1, \dots, m - 1.$$

5. Na isto sliko narišite graf funkcije  $f$ , graf interpolacijskega zlepka  $S$  ter točke, ki jih interpolirate.
6. Narišite graf napake  $f - S$  ter izračunajte  $\|f - S\|_{\infty, [a, b]}$  na natančnost  $10^{-3}$ .