Računska zahtevnost

druga domača naloga

Rok za oddajo domače naloge je torek, 7. 1. 2014 ob 16.00. Oddaja je preko spletne učilnice ali v predalček asistenta (pritličje na Jadranski 19 (fizika)). Če imate vprašanja, se obrnite na asistenta ali profesorja oz. uporabite forum na učilnici. O nalogah se lahko pogovarjate, o rešitvah pa ne. Če boste uporabili vire (knjige, splet), jih prosimo navedite.

Naloga 1 (3 točke)

Eden izmed načinov, kako izvedeti, kaj si vaš otrok, partner ... želi, je ta, da preberete njegovo pismo Božičku. Letos sta David in Marko Božičku pisala za napravo, ki bi znala ekspresno reševati problem DOMINIRAJOČA MNOŽICA.

Opišite algoritem, ki za dani graf najde najmanjšo dominirajočo množico v polinomskem času. Algoritem lahko uporablja podprogram, ki reši problem DOMINIRAJOČA MNOŽICA v konstantnem času. David in Marko bosta algoritma zelo vesela.

Naloga 2 (3 točke)

Pokažite, da v primeru $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ obstaja tak $k \in \mathbb{N}$, da velja:

Če je odločitveni problem rešljiv z nedeterminističnim Turingovim strojem v času $\mathrm{O}(n^l)$*, je rešljiv tudi z determinističnim Turingovim strojem v času* $\mathrm{O}(n^{kl})$*.*

Naloga 3 (4 točke)

Naslednja problema uvrstite v ustrezen razred računske zahtevnosti (**P**, **NP**, **co-NP**, **NPC**, **co-NPC**, izven $\mathbf{NP} \cup \mathbf{co\text{-}NP}$ ...).

a) EDEN NAGAJA(φ, i)
Vhod: Boolova formula $\varphi(y, x_1, x_2 \dots x_n)$, v kateri nastopajo le oklepaji, logični vezniki $\wedge$, $\vee$, $\neg$ in spremenljivke (vsaka vsaj enkrat) ter število $i \in \{0, 1 \dots n\}$.
Vprašanje: Ali velja $\exists x_1 \exists x_2 \dots \exists x_i \forall y \exists x_{i+1} \dots \exists x_n \varphi(y, x_1, x_2 \dots x_n)$?

b) VEČ JIH NAGAJA(φ, m, i)
Vhod: Boolova formula $\varphi(y_1, y_2 \dots, y_m, x_1, x_2 \dots x_n)$, v kateri nastopajo le oklepaji, logični vezniki $\wedge$, $\vee$, $\neg$ in spremenljivke (vsaka vsaj enkrat) ter števili $m = \lfloor \log n \rfloor$ in $i \in \{0, 1 \dots m\}$.
Vprašanje: Ali velja

$$\exists y_1 \exists y_2 \dots \exists y_i \forall x_1 \forall x_2 \dots \forall x_n \exists y_{i+1} \dots \exists y_m \varphi(y_1, y_2 \dots, y_m, x_1, x_2 \dots x_n)?$$