

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT.:

--	--	--	--	--	--	--	--

PREDAVALNICA: _____ VRSTA: _____ SEDEŽ: _____

2. izpit iz Teorije mere (B)

21. april 2011

- (1) Naj bo (X, \mathcal{A}, μ) merljiv prostor in f nenegativna merljiva funkcija. Naj bo $E = \{x \in X : f(x) < 1\}$. Izračunaj

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_E e^{-f^n} d\mu.$$

- (2) Naj bo \mathcal{A} σ -algebra na X generirana z neprazno družino podmnožic \mathcal{F} množice X . Naj bo \mathcal{B} unija vseh σ -algeber generiranih s števno mnogo podmnožicami iz \mathcal{F} . Dokaži, da je $\mathcal{A} = \mathcal{B}$.

- (3) S pomočjo dvojnega integrala funkcije $f(x, y) = ye^{-(1+x^2)y^2}$ izračunaj integral

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx.$$

- (4) Naj bo realna os \mathbb{R} opremljena z Borelovo σ -algebro \mathcal{B} . Ali na $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$ obstaja taka kompleksna mera μ , da za vsako iracionalno število x velja $\mu((-\infty, x)) \neq \mu((-\infty, x])$? Odgovor dobro utemelji!