

2. izpit iz Afine in projektivne geometrije

20. avgust 2013

1. [20] Izometrija evklidskega prostora je dana z matriko

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{6}}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}.$$

- (a) [10] Geometrično opiši dano izometrijo.
- (b) [10] Pokaži, da obstaja naravno število n , da velja $Q^n = \text{Id}$, in nato poišči najmanjše naravno število s to lastnostjo.
2. [20] Dana je afina ravnina \mathbb{F}_3^2 .
- (a) [5] Poišči predpis za afino transformacijo $\tau : \mathbb{F}_3^2 \rightarrow \mathbb{F}_3^2$, ki zadošča pogojem $\tau(1, 1) = (0, 2)$, $\tau(1, 0) = (2, 2)$ in $\tau(0, 1) = (0, 1)$.
- (b) [5] Koliko premic poteka skozi točko $(1, 1) \in \mathbb{F}_3^2$?
- (c) [10] Izračunaj, koliko je različnih afinih transformacij $\tau : \mathbb{F}_3^2 \rightarrow \mathbb{F}_3^2$, za katere je $\tau(1, 1) = (1, 1)$.
3. [20] V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ je dana premica

$$p = \{[x : y : z] \mid 2x + 3y - 6z = 0\}$$

ter točki $A = [6 : 1 : 1]$ in $B = [0 : 1 : -1]$.

- (a) [5] Izračunaj enačbo premice q , ki poteka skozi točki A in B .
- (b) [5] Poišči presečišče premic p in q .
- (c) [10] Določi predpis za perspektivnost $\theta : p \rightarrow q$ s centrom $O = [3 : 2 : 1]$.
4. [20] V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ je dana stožnica

$$\mathcal{S} = \{[x : y : z] \mid x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2 - 2z^2 = 0\}.$$

- (a) [10] Skiciraj zožitev stožnice \mathcal{S} na afino ravnino, ki je v projektivno ravnino vložena na standardni način.
- (b) [5] Poišči vse točke na stožnici \mathcal{S} , ki ležijo na premici v neskončnosti.
- (c) [5] Določi polaro točke $A = [0 : 0 : 1]$ glede na \mathcal{S} .