

3. izpit iz Afine in projektivne geometrije

3. september 2013

- (a) [10] Zapiši predpis za izometrijo evklidske ravnine, ki predstavlja rotacijo za 45° okoli točke $(-1, 1)$.
- (b) [10] Naj bo $\tau : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ izometrija, ki je podana s predpisom

$$\tau(x, y) = (x + 4, y).$$

Zapiši τ kot kompozicijo dveh zrcaljenj čez premici v ravnini.

- [20] Naj bo $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}^3$ ravnina, ki vsebuje točke $A(2, 1, 0)$, $B(0, 1, 2)$ in $C(2, 0, 2)$.
 - [10] Pokaži, da točka $T(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ leži na ravnini \mathcal{A} , in nato ugotovi, ali leži v notranjosti trikotnika ABC .
 - [5] Pokaži, da je preslikava $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, ki je dana s predpisom

$$F(x, y, z) = (x + 2y + 3z + 1, x + y + 1, z),$$

afina transformacija.

- [5] Zapiši prostor $F(\mathcal{A})$ v obliki $F(\mathcal{A}) = a + U$, kjer je $a \in \mathbb{R}^3$ in $U \subset \mathbb{R}^3$ nek linearni podprostor.
- [20] V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ so dani premica

$$q = \{[x : y : z] \mid x - y + z = 0\}$$

ter kolinearne točke $A = [1 : 2 : -3]$, $B = [0 : 1 : -1]$, $C = [1 : 0 : -1]$ in $D = [2 : 2 : -4]$.

- [10] Poišči enačbo premice p , ki vsebuje točke A, B, C in D in nato izračunaj dvorazmerje $\mathcal{D}(A, B, C, D)$.
 - [10] Naj projektivnost $\theta : p \rightarrow q$ zadošča pogojem $\theta(A) = [1 : 1 : 0]$, $\theta(B) = [0 : 1 : 1]$ in $\theta(C) = [1 : 0 : -1]$. Izračunaj $\theta(D)$.
- [20] V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ sta dani stožnici

$$\mathcal{S}_1 = \{[x : y : z] \mid x^2 + 2y^2 + z^2 + 4xz = 0\},$$

$$\mathcal{S}_2 = \{[x : y : z] \mid -y^2 + 2xz = 0\}.$$

- [10] Poišči vse izrojene stožnice v šopu stožnic, ki ga določata \mathcal{S}_1 in \mathcal{S}_2 .
- [10] Poišči tisto stožnico v danem šopu stožnic, ki vsebuje točko $[0 : 1 : 0]$.