AFINA IN PROJEKTIVNA GEOMETRIJA: 2. TEST
17. 5. 2011

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratek čitljivo označi, če je trditev pravilna (**P**) oziroma napačna (**N**).
Če ne veš, pusti kvadratek prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Naj bo V vektorski prostor nad poljem $\mathcal{O}$ in naj bo $\mathcal{P}(V)$ pripadajoča projektivna geometrija. Če je edini avtomorfizem obsega $\mathcal{O}$ identiteta, je vsaka kolineacija $\mathcal{P}(V) \to \mathcal{P}(V)$ projektivnost.
- ☐ Naj bo X vektorski prostor nad $\mathbb{R}$ in naj bosta U in V različna podprostora v X enake razsežnosti. Tedaj je vsaka perspektivnost $\mathcal{P}(U) \to \mathcal{P}(V)$ projektivnost, za vektorske prostore nad splošnejšimi obsegi pa to v splošnem ni res.
- ☐ Naj bosta P in Q različni projektivni premici v $\mathcal{P}\mathbb{R}^3$. Dalje naj bodo A, B, C poljubne različne točke na P ter A', B', C' poljubne različne točke na Q. Obstaja natanko ena perspektivnost $P \to Q$, ki preslika $A \mapsto A'$, $B \mapsto B'$, $C \mapsto C'$.
- ☐ Naj bosta P in Q različni projektivni premici v $\mathcal{P}\mathbb{R}^3$. Vsaka projektivnost $P \to Q$ ohranja presečišče premic.
- ☐ Projektivni koordinatni sistem na $\mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$ je določen s tako $(n+1)$-terico projektivnih točk $L_0, L_1, L_2, \ldots, L_n$, od katerih nobena n-terica ne leži v istem $(n-1)$-razsežnem podprostoru v $\mathbb{R}^n$.
- ☐ Projektivnost $\vartheta \neq \mathrm{Id}$ na projektivni premici, ki ji (glede na dano ogrodje) pripada matrika $\left[\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right]$, je involucija natanko tedaj, ko velja $a = d = 0$.
- ☐ Naj bodo A, B, C, D različne kolinearne točke v projektivnem prostoru $\mathcal{P}\mathbb{R}^n$ in naj bodo vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ v $\mathbb{R}^n$ poljubni predstavniki teh točk. Če velja $\vec{d} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$, je $\frac{\alpha}{\beta}$ dvorazmerje točk A, B, C, D.
- ☐ Za dvorazmerje štirih različnih kolinearnih točk velja $\mathcal{D}(A, B, C, D) = \mathcal{D}(B, A, D, C)$.
- ☐ Vsaka projektivnost ohranja dvorazmerja.
- ☐ Štiri različne kolinearne točke A, B, C, D v $\mathcal{P}\mathbb{R}^n$ tvorijo harmonično četverko natanko tedaj, ko $\mathcal{D}(A, B, C, D) = -1$.