

Algebra in diskretna matematika

PISNI IZPIT

15. februar 2012

1. **[25 točk]** Ali sta spodnji izjavni formuli logično enakovredni? Dokaži ali pa poišči interpretacijo, v kateri je ena od formul veljavna, druga pa ne.

$$\forall x \exists y (Q(x, y) \Rightarrow P(x)),$$

$$\exists y \forall x (Q(x, y) \Rightarrow P(x)).$$

2. **[25 točk]** Katerega leta so rojeni ljudje, ki so bili leta 1997 stari toliko, kolikor je vsota števk letnice njihovega rojstva? Zapiši ustrezno diofantsko enačbo in jo reši.

3. **[25 točk]** Koliko naravnih števil na intervalu  $[1, 10000]$  *ni* deljivih z nobenim izmed števil 3, 5, 6?

4. V tovarni so se odločili zgraditi skladišče kemikalij. Nekatere kemikalije ne smejo biti hranjene v istem prostoru, da ne pride do reakcije. Takšni so naslednji pari kemikalij:  $(A, B)$ ,  $(A, C)$ ,  $(A, D)$ ,  $(A, G)$ ,  $(B, C)$ ,  $(B, D)$ ,  $(B, E)$ ,  $(B, G)$ ,  $(C, D)$ ,  $(C, F)$ ,  $(D, F)$  in  $(F, G)$ . Najmanj koliko prostorov mora imeti skladišče, da bodo lahko v njem uskladiščili vse kemikalije? *Problem prevedi v jezik teorije grafov in ga reši.*