

Algebra in diskretna matematika

PISNI IZPIT

12. junij 2012

1. [25 točk] Dokaži sklep:

$$p \vee q \Rightarrow r, r \Rightarrow s \vee t, t \Rightarrow u, \neg(s \vee u) \models \neg p.$$

2. Na množici realnih števil  $\mathbb{R}$  definiramo operacijo  $*$  s predpisom

$$a * b = 1 - (a + b) + 2ab.$$

(a) **[15 točk]** Pokaži, da je  $(\mathbb{R}, *)$  komutativna polgrupa z enoto 1.

(b) **[5 točk]** Določi množico obrnljivih elementov v  $(\mathbb{R}, *)$ .

(c) **[5 točk]** Ali je  $(\mathbb{R}, *)$  grupa?

3. (a) **[10 točk]** Koliko različnih besed dolžine 6 lahko tvorimo iz črk besede MURMUR?

(b) **[15]** Koliko besed iz točke (a) je takih, da ne vsebujejo strnjene podniza RUM?

4. Graf  $G$  ima množico vozlišč

$$V = \{x_i, y_i \mid i = 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

in množico povezav

$$E = \{(x_i, y_i), (x_i, x_{i+1}), (y_i, y_{i+1}) \mid i = 0, 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

(a) **[5 točk]** Nariši graf  $G$ .

(b) **[10 točk]** Ali  $G$  vsebuje hamiltonov cikel oz. hamiltonovo pot?

(c) **[10 točk]** Določi kromatično število  $\chi(G)$ .